

**UNIVERSIDAD PRIVADA ANTENOR ORREGO**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
PROGRAMA DE ESTUDIO DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA



TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE INGENIERO  
ELECTRÓNICO

---

Estudio de la independización de los sistemas de control  
multivariados de 2 entradas y 2 salidas

---

Línea de investigación: Robótica y automatización avanzada

**Autores:**

Mellin Rubio, Irving Vicente  
Maco Santisteban, Cesar Alexander

**Jurado evaluador:**

Presidente: Linares Vertiz, Saul Noe  
Secretario: Alvarado Rodríguez, Luis Enrique  
Vocal: León Cerna, Alejandro Martin

**Asesor:**

De La Cruz Rodríguez, Oscar Miguel

Código ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9207-8558>

Trujillo - Perú

2024

Fecha de sustentación: 2024/07/19

# Estudio de la independización de los sistemas de control multivariables de 2 entradas y 2 salidas

*por* Irving Vicente Mellin Rubio

---

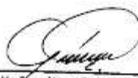
**Fecha de entrega:** 02-ago-2024 10:15a.m. (UTC-0500)

**Identificador de la entrega:** 2321239275

**Nombre del archivo:** Informe\_de\_tesis.docx (1.85M)

**Total de palabras:** 8351

**Total de caracteres:** 42508



Ms. Oscar Miguel De La Cruz Rodríguez  
Ingeniero Electrónico  
CIP 85598

## Estudio de la independización de los sistemas de control multivariables de 2 entradas y 2 salidas

INFORME DE ORIGINALIDAD



FUENTES PRIMARIAS

<b>1</b>	<b>renati.sunedu.gob.pe</b> Fuente de Internet	<b>2%</b>
<b>2</b>	<b>riunet.upv.es</b> Fuente de Internet	<b>2%</b>
<b>3</b>	<b>docplayer.es</b> Fuente de Internet	<b>2%</b>
<b>4</b>	<b>hdl.handle.net</b> Fuente de Internet	<b>1%</b>
<b>5</b>	<b>Submitted to University of Surrey</b> Trabajo del estudiante	<b>1%</b>
<b>6</b>	<b>scfie.fie.umich.mx</b> Fuente de Internet	<b>1%</b>
<b>7</b>	<b>Max Sommerfeld, Axel Munk. "Inference for Empirical Wasserstein Distances on Finite Spaces", Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology, 2018</b>	<b>1%</b>
<b>8</b>	<b>repositorio.upao.edu.pe</b> Fuente de Internet	<b>1%</b>
<b>9</b>	<b>Submitted to Flinders University</b> Trabajo del estudiante	<b>1%</b>
<b>10</b>	<b>repositorio.ucv.edu.pe</b> Fuente de Internet	<b>1%</b>
<b>11</b>	<b>es.slideshare.net</b> Fuente de Internet	<b>1%</b>
<b>12</b>	<b>Submitted to Universidad Nacional Abierta y a Distancia, UNAD, UNAD</b> Trabajo del estudiante	<b>1%</b>
<b>13</b>	<b>repositorioacademico.upc.edu.pe</b> Fuente de Internet	<b>1%</b>

Excluir citas    Apagado    Excluir coincidencias < 1%  
Excluir bibliografía    Activo

**Jurado de sustentación Oral**

---

Linares Vertiz, Saul Noe  
N° CIP 142213  
Presidente



---

Alvarado Rodríguez, Luis Enrique  
N° CIP 149200  
Secretario



---

León Cerna, Alejandro Martín  
N° CIP 177967  
Vocal

Entregado el:



---

Mellin Rubio, Irving Vicente  
DNI 72047721

Aprobado por:



---

Maco Santisteban, Cesar Alexander  
DNI 48337340



---

De La Cruz Rodríguez, Oscar Miguel  
Asesor de Tesis

**UNIVERSIDAD PRIVADA ANTENOR ORREGO**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
PROGRAMA DE ESTUDIO DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA



TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE INGENIERO ELECTRÓNICO

---

Estudio de la independización de los sistemas de control multivariables

de 2 entradas y 2 salidas

---

Línea de investigación: Robótica y automatización avanzada

Autores:

Mellin Rubio, Irving Vicente

Maco Santisteban, Cesar Alexander

Jurado evaluador:

Presidente: Linares Vertiz, Saul Noe

Secretario: Alvarado Rodríguez, Luis Enrique

Vocal: León Cerna, Alejandro Martin

Asesor:

De La Cruz Rodríguez, Oscar Miguel

Código ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9207-8558>

Trujillo - Perú

2024

Fecha de sustentación: 2024/07/19

## DECLARACION DE ORIGINALIDAD

Yo, Oscar Miguel De La Cruz Rodríguez, docente del Programa de Estudio de Pregrado de la Universidad Privada Antenor Orrego, asesor de la tesis titulada “Estudio de la independización de los sistemas de control multivariables de 2 entradas y 2 salidas”, de los autores Irving Vicente Mellin Rubio y Cesar Alexander Maco Santisteban.

- El mencionado documento tiene un índice de puntuación de similitud del 16%. Así lo consigna el reporte de similitud emitido por el software Turnitin el día 02 de agosto del 2024.

- He revisado con detalle dicho reporte de la tesis “Estudio de la independización de los sistemas de control multivariables de 2 entradas y 2 salidas” y no se advierte indicios de plagio.

- Las citas a otros autores y sus respectivas referencias cumplen con las normas establecidas por la Universidad.

Trujillo, 02 de agosto del 2024



---

Br. Mellin Rubio Irving Vicente  
ID: 000093503



---

Br. Maco Santisteban Cesar Alexander  
ID: 000101612



---

DE LA CRUZ RODRÍGUEZ OSCAR MIGUEL  
DNI: 40545044  
ORCID: 0000-0001-9207-8558

## DEDICATORIA

A mis queridos padres, Violeta y Vicente, cuyo amor, apoyo incondicional y sabiduría han sido el pilar fundamental en mi vida. Gracias por enseñarme el valor del esfuerzo y la perseverancia.

A mi hermana Lesly y mi hermano Ray, por ser mis compañeros de vida y por su constante aliento y comprensión. Sus palabras de aliento y su fe en mí han sido una fuente de fortaleza en los momentos más difíciles.

Y a todas las personas que han sido parte de mi vida, quienes con sus palabras, gestos y acciones me han guiado y motivado a lo largo de este camino. Gracias por creer en mí y por su invaluable apoyo.

***Mellin Rubio, Irving Vicente***

Dedicar este trabajo a mi madre Rosa quien han sido fundamental en mi camino académico eres mi mentor y apoyo incondicional. Tu paciencia y tu motivación es la fuerza impulsora detrás de dicha investigación. Esta investigación también le pertenece.

A mí hermano Jonathan, por ser mi compañero en mi carrera profesional y fuente de inspiración, por su cariño y sus valiosas contribuciones brindando su tiempo para escucharme y apoyarme.

A mí padre Jorge Luis por brindarme su apoyo incondicional para poder cumplir todos mis objetivos personales y académicos. Con su cariño me han impulsado siempre a perseguir mis metas y nunca abandonarlas frente a las adversidades.

***Maco Santisteban, Cesar Alexander***

## **AGRADECIMIENTO**

Agradezco profundamente al G:A:D:U., cuya luz y guía han iluminado mi camino y me han dado la fortaleza para superar cada desafío.

A mis profesores, quienes con su conocimiento, dedicación y paciencia han enriquecido mi formación y han sido una fuente constante de inspiración y sabiduría.

A mis hermanos, por su fraternidad, apoyo y consejos. Su camaradería y espíritu han sido un faro de guía en este viaje académico y personal.

A mi familia, por su amor incondicional, comprensión y respaldo. Gracias a sus sacrificios y aliento, he podido alcanzar esta meta y seguir persiguiendo mis sueños.

***Mellin Rubio, Irving Vicente***

A mis queridos padres ustedes han sido siempre el motor que impulsa mis sueños y esperanzas, quienes estuvieron siempre a mi lado en los días y noches más difíciles durante mis horas de estudio. Siempre han sido mis mejores guías de vida. Hoy les dedico a ustedes este logro les pertenece amados padres, como una de las primeras metas conquistadas.

A mi querido hermano, quiero expresarles mi más profundo agradecimiento por su constante apoyo y amor incondicional. Usted ha estado a mi lado en cada paso del camino, brindándome aliento y motivación cuando más lo necesitaba.

Agradezco a mi tutor por su dedicación, sus palabras y correcciones precisas lograron llegar a esta instancia. Gracias por ser guía, los llevaré grabados para siempre en la memoria en mi futuro profesional.

***Maco Santisteban, Cesar Alexander***

## RESUMEN

El objetivo del presente trabajo es realizar el estudio de la independización de los sistemas de control multivariables de 2 entradas y 2 salidas.

En principio en el trabajo se describen los aspectos del diseño de investigación y justificación del estudio, para luego presentar las bases teóricas que permita comprender la independización de los sistemas de control multivariables. A partir del análisis de la información obtenida se evalúan aspectos técnicos para realizar la independización de los sistemas de control multivariables, mediante la técnica matricial del sistema MIMO 2 x 2, la respuesta del sistema se logró independizar  $Y_1$  de  $X_2$  obteniendo solo  $Y_1$  como función de  $X_1$ , de igual manera para  $Y_2$  como únicamente función de  $X_2$ , se realizaron las pruebas del sistema de lazo cerrado con matriz de desacoplo y controlador PID, lográndose determinar la dependencia de cada salida con respecto a una única variable.

Por último, se muestra la funcionalidad del sistema para cuatro casos implementados en planta de primer orden.

**Palabras Claves:** Control multivariable, sistema MIMO, controlador PID

## ABSTRACT

The objective of this work is to study the independence of multivariable control systems with 2 inputs and 2 outputs.

Initially, the work describes the aspects of the research design and justification of the study, and then presents the theoretical bases that allow understanding the independence of multivariable control systems. From the analysis of the information obtained, technical aspects are evaluated to make the multivariable control systems independent, using the matrix technique of the 2 x 2 MIMO system, the response of the system was achieved by making  $Y_1$  independent of  $X_2$ , obtaining only  $Y_1$  as a function of  $X_1$ , in the same way for  $Y_2$  as a sole function of

Finally, the functionality of the system is shown for four cases implemented in a first-order plant.

**Keywords:** Multivariable control, MIMO system, PID controller

## PRESENTACIÓN

Señores miembros del Jurado:

De conformidad y en cumplimiento de los requisitos estipulados en el Reglamento de Grados y Títulos de la Universidad Privada Antenor Orrego y el Reglamento Interno del programa de Estudios de Ingeniería Electrónica para obtener el Título Profesional de Ingeniero Electrónico, se pone a vuestra disposición el presente trabajo de tesis titulado: **“Estudio de la independización de los sistemas de control multivariables de 2 entradas y 2 salidas”**.

Esta investigación es el resultado de aplicar los conocimientos adquiridos en la formación profesional en la universidad, perdonando de antemano posibles errores involuntarios en su desarrollo.

Trujillo, 17 de julio del 2024

Br. Irving Vicente Mellin Rubio  
Br. Cesar Alexander Maco Santisteban

## Tabla de contenidos

Dedicatoria .....	6
Agradecimiento .....	8
Resumen .....	9
Abstract .....	10
Presentación .....	11
Tabla de contenidos .....	12
I. Introducción .....	17
1.1. Problema de investigación.....	17
1.2. Justificación del estudio.....	18
II. Marco de referencia.....	20
2.1. Antecedentes del estudio .....	20
2.2. Marco teórico .....	22
2.3. Marco conceptual .....	32
2.4. Sistema de hipótesis.....	33
2.5. Variables e indicadores .....	33
III. Metodología empleada .....	34
3.1. Tipo y nivel de investigación.....	34
3.2. Población y muestra de estudio.....	34
3.3. Diseño de investigación.....	34
3.4. Técnicas e instrumentos de la investigación .....	35
3.5. Procesamiento y análisis de la investigación.....	37
IV. Presentación de resultados .....	64
V. Discusión de resultados .....	71

## Índice de figuras

Figura 1 Proceso multivariable .....	22
Figura 2: Control centralizado .....	25
Figura 3: Control descentralizado.....	25
Figura 4: Interacciones de lazo para un sistema 2x2 .....	27
Figura 5 Sistema MIMO de 2 x2.....	37
Figura 6 Independización de las salidas a través de la matriz de desacoplo ...	38
Figura 7 Bloque de la matriz de desacoplo para el caso 1 .....	39
Figura 8 Implementación de la matriz de desacoplo para el caso 1 .....	40
Figura 9 Bloque de la matriz de desacoplo para el caso 2 .....	41
Figura 10 Implementación de la matriz de desacoplo para el caso 2.....	41
Figura 11 Bloque de la matriz de desacoplo para el caso 3.....	42
Figura 12 Implementación de la matriz de desacoplo para el caso 3.....	43
Figura 13 Bloque de la matriz de desacoplo para el caso 4.....	44
Figura 14 Implementación de la matriz de desacoplo para el caso 4.....	44
Figura 15 Planta de prueba para la toma de datos .....	45
Figura 16 Matriz de desacoplo para el caso 1 .....	46
Figura 17 Implementación de la matriz de desacoplo para el caso 1 .....	46
Figura 18 Implementación en Simulink de la planta de prueba para el caso 1	47
Figura 19 Respuesta del sistema de la planta de prueba a dos excitaciones para el caso 1 .....	47
Figura 20 Implementación de la planta de prueba con matriz de desacoplo en Simulink para el caso 1 .....	48
Figura 21 Respuesta del sistema de la planta de prueba con matriz de desacoplo a .....	48

Figura 22 Implementación con Matriz de desacoplo y lazo de control PID para el caso 1 .....	49
Figura 23 Respuesta al Sistema con Matriz de desacoplo y lazo de control PID para el caso 1 .....	49
Figura 24 Parámetros de sintonía de los controladores PID usando el Tool de Simulink para el caso 1 .....	50
Figura 25 Matriz de desacoplo para el caso 2.....	50
Figura 26 Implementación de la matriz de desacoplo para el caso 2.....	51
Figura 27 Implementación en Simulink de la planta de prueba para el caso 2	52
Figura 28 Respuesta del sistema de la planta de prueba a dos excitaciones para el caso 2.....	53
Figura 29 Implementación de la planta de prueba con matriz de desacoplo y lazo de control PID en Simulink para el caso 2.....	53
Figura 30 Respuesta al Sistema con Matriz de desacoplo y lazo de control PID para el caso 2.....	54
Figura 31 Parámetros de sintonía de los controladores PID usando el Tool de Simulink para el caso 2 .....	55
Figura 32 Matriz de desacoplo para el caso 3.....	56
Figura 33 Implementación de la matriz de desacoplo para el caso 3.....	56
Figura 34 Implementación en Simulink de la planta de prueba para el caso 3	57
Figura 35 Respuesta del sistema de la planta de prueba a dos excitaciones para el caso 3.....	57
Figura 36 Implementación con Matriz de desacoplo y lazo de control PID para el caso 3.....	58

Figura 37 Respuesta al Sistema con Matriz de desacoplo y lazo de control PID para el caso 3.....	58
Figura 38 Parámetros de sintonía de los controladores PID usando el Tool de Simulink para el caso 3 .....	59
Figura 39 Matriz de desacoplo para el caso 4.....	60
Figura 40 Implementación de la matriz de desacoplo para el caso 4.....	60
Figura 41 Implementación en Simulink de la planta de prueba para el caso 4	61
Figura 42 Respuesta del sistema de la planta de prueba a dos excitaciones para el caso 4.....	62
Figura 43 Implementación con Matriz de desacoplo y lazo de control PID para el caso 4.....	62
Figura 44 .....	63
Figura 45 Parámetros de sintonía de los controladores PID usando el Tool de Simulink para el caso 4 .....	63
Figura 46 Bloque de la matriz de desacoplo para el caso 1 .....	64
Figura 47 Implementación de la matriz de desacoplo para el caso 1 .....	65
Figura 48 Implementación con Matriz de desacoplo y lazo de control PID para el caso 1.....	66
Figura 49 Bloque de la matriz de desacoplo para el caso 2.....	66
Figura 50 Implementación de la matriz de desacoplo para el caso 2.....	67
Figura 51 Implementación de la planta de prueba con matriz de desacoplo y lazo de control PID en Simulink para el caso 2.....	67
Figura 52 Bloque de la matriz de desacoplo para el caso 3.....	68
Figura 53 Implementación de la matriz de desacoplo para el caso 3.....	68

Figura 54 Implementación con Matriz de desacoplo y lazo de control PID para el caso 3.....	69
Figura 55 Bloque de la matriz de desacoplo para el caso 4.....	69
Figura 56 Implementación de la matriz de desacoplo para el caso 4.....	70
Figura 57 Implementación con Matriz de desacoplo y lazo de control PID para el caso 4.....	70
Figura 58 Sistema MIMO de 2 x2.....	71
Figura 59 Independización de las salidas a través de la matriz de desacoplo .	71

### Índice de tablas

<b>Tabla 1</b> .....	<b>33</b>
----------------------	-----------

## I. INTRODUCCIÓN

### 1.1. Problema de investigación

Para (Rios, Domínguez y Perez), la nueva etapa de la industria apuesta por una mayor automatización, conectividad y globalización, mientras que la llegada de las nuevas tecnologías como la robótica, big data, la inteligencia artificial y el internet de las cosas (IoT) ayudan a optimizar los procesos de fabricación, su supervisión e integración con otros procesos y sistemas utilizados.

En diversos campos de la ingeniería y la industria, especialmente en el control de procesos, se encuentran sistemas que requieren el control independiente de dos variables críticas utilizando sistemas de control multivariables de 2 entradas y 2 salidas. Estos sistemas presentan un desafío significativo debido a la interacción existente entre las entradas y salidas, lo que dificulta lograr un control preciso y efectivo de cada variable de salida de forma independiente.

Por ejemplo, consideremos un sistema de control de temperatura y nivel de líquido en un tanque. Las entradas pueden ser la potencia de calentamiento y la velocidad de alimentación de líquido, mientras que las salidas son la temperatura y el nivel de líquido en el tanque. Cambios en la potencia de calentamiento pueden afectar tanto la temperatura como el nivel de líquido, al igual que cambios en la velocidad de alimentación. Esta interacción puede provocar desafíos en el control independiente de ambas variables.

La dificultad radica en diseñar controladores que puedan manejar la interacción entre las variables de entrada y salida, asegurando que los cambios en una variable no afecten negativamente a la otra. Además, se debe considerar la estabilidad y la robustez del sistema, así como la eficiencia en la respuesta a perturbaciones externas.

En resumen, la independización de sistemas de control multivariables de 2 entradas y 2 salidas es un desafío importante en aplicaciones prácticas donde se busca mejorar la precisión y la eficiencia del control de variables críticas para el proceso.

## **1.2. Objetivos**

### **1.2.1. Objetivo General**

Realizar el estudio de la independización de los sistemas de control multivariables de 2 entradas y 2 salidas.

### **1.2.2. Objetivos específicos**

- ✓ Determinar las técnicas para la independización de los sistemas de control multivariables.
- ✓ Determinar la respuesta del sistema para la independización de la variable.
- ✓ Determinar la respuesta del sistema en lazo cerrado para una variable.

## **1.3. Justificación del estudio**

**Justificación práctica,** El estudio de la independización de sistemas de control multivariables de 2 entradas y 2 salidas tiene una relevancia práctica significativa en diversas industrias y aplicaciones tecnológicas. En entornos industriales, como plantas de producción química, sistemas de control de

procesos y plantas de energía, es común encontrar sistemas donde se necesita controlar de forma independiente dos variables críticas.

**Justificación teórica,** El estudio de la independización de sistemas multivariables de  $2 \times 2$  implica la aplicación y desarrollo de conceptos fundamentales de la teoría de control. Esto incluye el análisis de la estabilidad de sistemas dinámicos, el diseño de controladores multivariables, la modelización matemática de sistemas físicos, y el estudio de la interacción entre variables de entrada y salida.

**Justificación metodológica,** El estudio de la independización de sistemas de control multivariables de  $2 \times 2$  requiere el desarrollo de metodologías específicas para el diseño y la implementación de controladores. Esto implica el uso de herramientas y técnicas avanzadas de control, como el control óptimo, el control robusto, y el control adaptativo.

## II. MARCO DE REFERENCIA

### 2.1. Antecedentes del estudio

(Balseca, 2022) en su tesis “Diseño de un controlador multivariable utilizando herramientas de inteligencia artificial aplicado al proceso de incubación de embriones de Gallus Gallus Domesticus”, desarrollado en la Universidad Técnica de Ambato, Ecuador. El objetivo general es diseñar un controlador multivariable utilizando herramientas de inteligencia artificial aplicado al proceso de incubación de embriones de “Gallus gallus domesticus”. Como tal, es capaz de reducir la interacción que existe en el sistema y controlar eficazmente las variables del proceso, gracias a la combinación de una red de desacoplo simplificado dinámico y un controlador PI-Difuso descentralizado. En esencia, este controlador tiene la capacidad de precisar la respuesta del sistema y seguir las referencias ante alguna perturbación o cambios en los puntos de consigna, gracias a una sintonización fina de parámetros a través de algoritmos genéticos y la inteligencia brindada por el controlador PI difuso.

(Huilcapi, 2021) en su tesis “Desarrollo de una metodología para la selección de lazos de control en sistemas multivariables mediante técnicas de optimización multiobjetivo”, desarrollado en la Universidad Politécnica de Valencia, Valencia. El objetivo general es desarrollar una metodología para seleccionar de manera óptima lazos entrada-salida para el control descentralizado de sistemas multivariables bajo un enfoque de optimización multiobjetivo. El control descentralizado de sistemas multivariables es una tarea compleja y su eficiencia depende

principalmente de la selección adecuada de sus lazos de control. Por lo general, para seleccionar estos lazos de control se calculan medidas de interacción entre sus variables. Las metodologías clásicas que se han desarrollado para este propósito pueden dar resultados divergentes (en cuanto a los lazos de control a establecer). Esto es debido, entre otras cosas, a que miden las interacciones entre las variables del sistema de diferentes maneras. Además, normalmente no incorporan en el proceso de selección de lazos de control la sintonización de sus controladores.

(Raymundo, 2023) en su tesis “Diseño de un sistema de control óptimo multivariable aplicado a un sistema de péndulo doble”, desarrollado en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá. El objetivo general es diseñar diferentes estrategias de control basados en el método Langrariano de energía y probar cuál de ellos es la que mejor performance ofrece en la solución del problema óptimo de control (OCP) considerando las restricciones, el menor consumo de energía y el tiempo de establecimiento al punto de equilibrio. La presente tesis se enfoca en el diseño, análisis y validación de los controles óptimos para el Sistema de Péndulo Doble. Para ello, se desarrolla un modelo matemático del sistema desde un enfoque energético y se analiza su dinámica en diferentes puntos de operación. Los controladores óptimos utilizados en este estudio tuvieron como objetivo principal llevar los péndulos a su punto de equilibrio y mantenerlos allí. Entre los controladores lineales implementados, se incluyen el LQR, el Observador con controlador de estado, el MPC y en cuanto al controlador no lineal el NMPC. Este último se basa en el solver ACADO y utiliza una interfaz en MATLAB para resolver el problema óptimo

de control en su forma no lineal, considerando la dinámica real del sistema, restricciones en las variables de estado y entrada de control, así como en las incertidumbres.

## 2.2. Marco teórico

### Sistemas multivariables

Cualquier proceso en el cual el número de entradas y salida es mayor a la unidad, se considera como un sistema de múltiples entradas y múltiples salidas, es decir un sistema MIMO, tal cual se observa en la Figura 1.

**Figura 1** *Proceso multivariable*



Según el estudio de (Fragoso, 2016), es muy común encontrar procesos multivariables en la industria o el campo de la ingeniería. A pesar que, en muchos de los casos se diseñan lazos de control de forma independiente, el grado de interacción que existe entre ellos los afecta inevitablemente, dando como resultado una acción de control adversa. (Sarmiento, 2009). En base al conocimiento de la ingeniería de control, las variables de un proceso multivariable cumplen una función en el sistema, las mismas pueden ser las variables manipuladas, controladas, no controladas y las perturbaciones.

Las variables manipuladas se consideran las entradas al sistema que se pueden variar de manera manual o automática, dicho de otra forma, son las entradas a los actuadores que a través de algún circuito modulador que

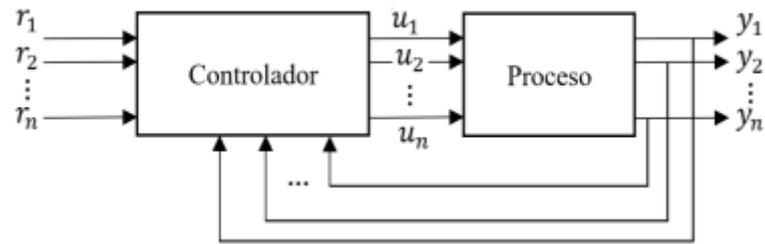
generan la actuación de dispositivos, por ejemplo: la apertura de válvulas, potencia calefactora, variación de velocidad de motores, etc. Las variables controladas en cambio, son las salidas del proceso que deben mantenerse en referencia ante a alguna variable manipulada o perturbación, las mismas pueden ser variables medibles físicamente como la temperatura, humedad, presión o índices del proceso como costos, mortalidad, natalidad, etc. (Fragoso, 2016) Las variables no controladas son las salidas del proceso que no se pueden modificar por alguna razón directa o ajena al sistema, las mismas pueden ser debido al coste de instrumentación, limitaciones propias del sistema o simplemente porque su intervención dentro del proceso no produce ningún cambio o efecto del mismo. Por otra parte, las perturbaciones se consideran como el ruido que ingresan al sistema y como tal son inalterables y además actúan de forma aleatoria. Su función es afectar de manera directa a las variables controladas para anticipar las acciones de control. (Fragoso, 2016) En la industria o en la ingeniería, el diseño de un sistema de control multivariable tiene como objetivo principal, el minimizar la interacción que existe entre las variables del proceso, y como tal no afecte la sintonización de parámetros de los controladores.

Metodologías de control multivariable. - Según el trabajo realizado por (Fragoso, 2016), para establecer una metodología de control multivariable, como primer punto se debe escoger las variables controladas para establecer la acción de control, en este caso son la temperatura y humedad. Seguidamente se escoge las variables de entrada que puedan modificarse de forma manual o automática, las mismas deben tener la capacidad de variar sistemáticamente cada uno de los actuadores. Posteriormente se

determina la estructura de control que correlacione las variables controladas y manipuladas, para lo cual existen dos iniciativas (Shen et al., 2010) (Marlin, 1996):

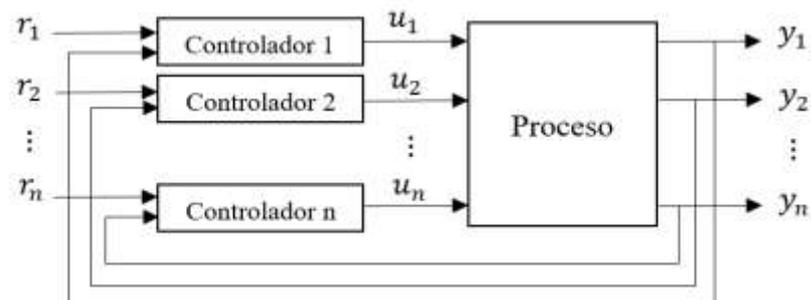
**Control multivariable centralizado:** Es aquella estructura en la cual las variables controladas y manipuladas interactúan simultáneamente con todas las técnicas de control en un solo algoritmo (Fragoso, 2016). El mismo se observa en la Figura 2. Ahora, según (Fragoso, 2016) en su estudio habla de dos formas de encaminar los problemas de control multivariable centralizado, las cuales se detallan en (Skogestad & Postlethwaite, 1979) “La más formal, para la que se reserva la palabra síntesis, y la que tiene sus orígenes en el control monovariable, para la que se reserva la palabra diseño. En lo que respecta a la síntesis de un control multivariable centralizado se desarrolla como problemas de optimización de la alguna función objetivo, por ejemplo: los algoritmos de control cuadrático, control robusto, control predictivo, control predictivo robusto, control difuso, redes neuronales, etc. En cuanto al diseño de un control multivariable se intenta reducir o eliminar completamente la interacción entre las variables del proceso, con ello el sistema multivariable se dividiría en varios sistemas monovariantes y no existiría acoplamientos entre las variables de entrada y salida (Morilla et al., 2013), como ejemplo de ello se encuentran las redes de desacoplo o compensadores, control por desacoplo implícito, control por modelo interno (IMC), etc. (Fragoso, 2016).

**Figura 2** Control centralizado



**Control multivariable descentralizado:** Es la estructura en la cual los lazos de control actúan de manera independiente, es decir; cada variable de salida tiene su variable de entrada para interconectarse entre sí y formar subconjuntos dentro del sistema de control. Estos subconjuntos de ningún modo comparten el mismo controlador, en otras palabras, el sistema está compuesto por igual número de entradas y salidas e igual número de sistemas monovariantes. Para mejor entendimiento se ilustra un esquema en la Figura 3. (Fragoso, 2016) (Morilla et al., 2013). Este tipo de controladores son muy comunes en los procesos industriales multivariantes por su fácil implementación, sin embargo, para sistemas de alta complejidad e interacción no son aconsejables.

**Figura 3** Control descentralizado



Toda planta o proceso industrial, según su naturaleza pueden trabajar con un control multivariable centralizado o descentralizado. Todo va a depender del grado de interacción de las variables, independientemente del número de entradas y salidas. Es decir; si existen sistemas con un alto grado de interacción, en el cual se debe emplear una estructura de control multivariable centralizado, ya que no sería posible emparejar las variables y existiría una gran dificultad en la sintonización de los parámetros de control propias de los sistemas de una entrada y una salida (SISO), que inclusive podrían desestabilizarlos. En este tipo de situaciones se debe descartar la estructura de control descentralizado y acudir a uno de control centralizado.

**Controlabilidad de sistemas multivariables:** Es muy importante dentro del control multivariable la independencia de la relación de entradas y salida entre las variables manipuladas y controladas, es decir si el sistema es controlable. Por tanto, según (Marlin, 1996), un sistema multivariable se considera controlable, si las variables controladas se mantienen en sus puntos de consigna en estado estable, pese a las perturbaciones que ingresan al sistema. Matemáticamente el análisis de controlabilidad viene dado la ecuación (2).

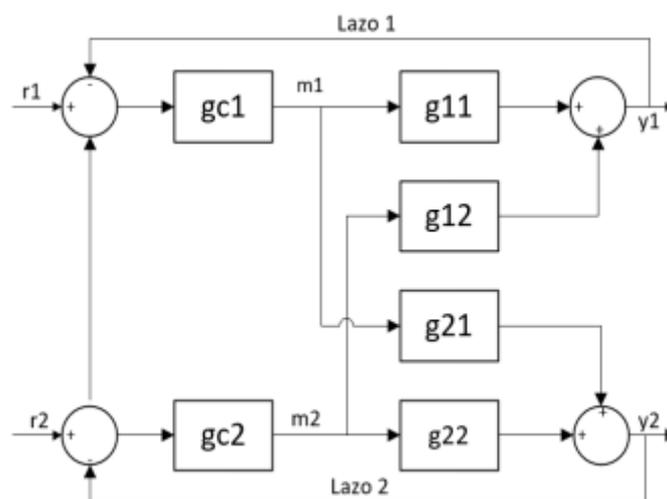
$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} MV_1' \\ MV_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{d1} \\ K_{d2} \end{bmatrix} D'$$

Donde  $K_{ij} = \lim_{s \rightarrow 0} G_{ij}(s)$  son las ganancias en estado estable.

Por lo tanto, según (Marlin, 1996), un sistema multivariable es controlable si solo si la matriz de ganancias ( $K$ ) existe y es cuadrada y además si su determinante es diferente de cero.

**Interacción en sistemas multivariables:** Guiándose en el contenido de (Marlin, 1996), se puede deducir que un proceso multivariable tiene interacción cuando una variable de entrada al proceso (manipulada) afecta a más de una variable de proceso de salida (controlada), tal cual se observa en la Figura 4.

**Figura 4** Interacciones de lazo para un sistema 2x2



Como se puede notar en la Figura 4, cada lazo de control puede estar abierto o cerrado, sin embargo, cuando ambos lazos están abiertos  $m_1$  y  $m_2$  pueden ser manipulados independientemente y el efecto de cada una

de las entradas y salidas se refleja en el modelo de transferencia de la ecuación (2-16) (Oggunaike & Harmon, 1994).

$$\begin{cases} y_1(s) = g_{11}(s)m_1(s) + g_{12}(s)m_2(s) \\ y_2(s) = g_{21}(s)m_1(s) + g_{22}(s)m_2(s) \end{cases}$$

Se puede observar en el arreglo de ecuaciones (3), que cada función de transferencia consta de una parte dinámica no especificada y un término de ganancia en estado estacionario  $K_{ij}$ . Ahora, considerando que  $m_1$  se puede emparejar con  $y_1$ , eso sería lo más recomendable, sin embargo, no siempre es así, por lo cual es necesario medir ese grado de interacción existente en el sistema a través de los métodos más utilizados, los cuales se detallan a continuación. (Oggunaike & Harmon, 1994)

**Matriz de ganancias en estado estacionario (SSGM):** La matriz de ganancias en estado estacionario o SSGM, llamada así por sus siglas en inglés. Está compuesta por la matriz de ganancias en estado estacionario  $K_{ij}$  del proceso con  $i$  variables controladas y  $j$  variables manipuladas. (Fragoso, 2016), como se observa en la ecuación (4)

$$K_{ij} = \lim_{s \rightarrow 0} G_{ij}(s)$$

Por lo tanto, se deduce que cada variable controlada se debe emparejar con la variable manipulada que tenga mayor ganancia en estado estacionario, sin embargo, ese efecto puede ocasionar errores, ya que sin en un caso particular la ganancia  $|K_{12}| > |K_{11}|$ , entonces se debe elegir la

entrada  $u_2$  para contralar la salida  $y_1$ , no obstante, eso sería una medida inviable ya que las ganancias  $K_{ij}$  pueden tener unidades distintas y la comparación no sería la más factible. Es por ello que (Fragoso, 2016) explica la propuesta de (Bristol, 1966) en el que normaliza la matriz de ganancias relativas, para que cada variable sea independiente de sus unidades.

Matriz de ganancias relativas (RGA).- Como se explicó en el apartado anterior para el emparejamiento de variables en estado estacionario según el valor de las unidades de las ganancias puede ocasionar errores, es por ello que (Bristol, 1966) desarrolló un matriz de ganancias relativas dinámicas. Por lo tanto, la matriz de ganancias relativas (RGA) está formada por elementos definidos como relaciones de ganancias de lazo abierto o lazo cerrado (Marlín, 1996). Por consiguiente la RGA de una matriz cuadrada no singular  $G$  es una matriz cuadrada definida en la ecuación (5) (Skogestad & Postlethwaite, 1979).

$$RGA(G) = A \triangleq G \times (G^{-1})^T$$

Donde  $\times$  denota la multiplicación de Hadamard o multiplicación de elemento a elemento. Cuando la RGA es calculada para todas las combinaciones de entrada/salida de un sistema multivariable, los resultados se representan en forma de matriz, tal como se muestra en la ecuación (6).

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \dots & \lambda_{1n} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \dots & \lambda_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \lambda_{n1} & \lambda_{n2} & \dots & \lambda_{nn} \end{bmatrix} = [\lambda_{ij}]$$

Como se observa en la matriz de la ecuación (6), cada elemento de  $\lambda_{ij}$  figura el efecto sobre la ganancia del proceso entre la variable controlada  $y_i$  y la variable manipulada  $u_j$ , y con ello puede cerrar los demás lazos de control. Por consiguiente, el valor  $\lambda_{ij}$  tiene como medida el grado de interacción que los demás lazos de control emparejarían  $u_j$  con  $y_i$ . (Fragoso, 2016) En la Figura 4 se detalló el esquema de interacciones de un sistema TITO, que según (Oggunaike & Harmon, 1994) es muy importante interpretar los elementos de la RGA antes de emparejar las variables, por lo cual es conveniente clasificarlo en 5 categorías mostradas:

1. Si  $\lambda_{ij} = 1$  denota que la ganancia de lazo abierto entre  $y_i$  y  $m_j$  son idénticas a la de lazo cerrado, por lo cual no existe interacción entre variables, y en definitiva es posible emparejar  $m_j$  con  $y_i$ .
2. Si  $\lambda_{ij} = 0$  indica que la ganancia de lazo abierto entre  $y_i$  y  $m_j$  es cero. Por tanto, se deduce que  $m_j$  no tiene influencia directa a  $y_i$ , entonces no se puede emparejar  $y_i$  con  $m_j$ . Por lo contrario, se podría emparejar  $m_j$  con alguna otra salida ventajosa ya que con seguridad  $y_i$  es inmune a la interacción de este lazo.
3. Si  $0 < \lambda_{ij} < 1$  refleja que la ganancia de lazo abierto entre  $y_i$  y  $m_j$  es menor que la de lazo cerrado, entonces en definitiva existe interacción entre los lazos, pero lo hacen de tal forma que el efecto de represalia de los otros

bucles está en la misma dirección que el efecto principal de  $m_j$  sobre  $y_i$ . En consecuencia, de ser posible evitar emparejar  $y_i$  con  $m_j$  siempre que  $\lambda_{ij} \leq 0.5$  (Oggunaike & Harmon, 1994)

4. Si  $\lambda_{ij} > 1$  señala que la ganancia de lazo abierto entre  $y_i$  y  $m_j$  es mayor que la de lazo cerrado, es decir; cuanto mayor sea el valor de  $\lambda_{ij}$  mayor será la oposición de  $m_j$  al resto de los lazos para controlar  $y_i$ . Entonces no se debe emparejar  $m_j$  con  $y_i$  si  $\lambda_{ij}$  tiene valores altos.

5. Si  $\lambda_{ij} < 0$  muestra que las ganancias de lazo abierto y lazo cerrado entre  $y_i$  y  $m_j$  son de signos opuestos, por lo que probablemente induciría a una situación peligrosa ya que abrir los otros lazos provocaría una inestabilidad en el lazo  $i$ .

Por tanto, evitar emparejar  $m_j$  con  $y_i$ . Para complemento de estudio, se detalla a continuación una de las dos propiedades más importantes que hay que considerar antes de diseñar los controladores multivariables:

1. Para elementos de la RGA excesivamente grandes (5-10), apunta que el sistema es difícil de controlar ya que presenta interacciones muy grandes, por lo cual (Fragoso, 2016) aconseja que se debe elegir una estrategia de control diferente que podría ser control basado en la inversa.
2. En el control descentralizado, la RGA intenta solucionar los problemas de selección y emparejamiento de variables, por lo cual (Fragoso, 2016) en su proyecto de investigación prefiere emparejar elementos del RGA que estén próximos a uno, siempre y cuando se eviten los elementos negativos de la RGA.

## **Marco conceptual**

**Acoplamiento:** En sistemas multivariables, las diferentes variables suelen estar interconectadas y pueden afectarse mutuamente. Esto puede hacer que sea difícil ajustar una variable sin afectar las demás. El acoplamiento puede causar respuestas impredecibles y dificultar la obtención de un control preciso.

**Dimensionalidad:** Con múltiples variables, la dimensión del espacio de estado aumenta, lo que hace que el análisis y la síntesis de controladores sean más complejos. La complejidad aumenta exponencialmente a medida que se agregan más variables al sistema.

**Estabilidad:** En sistemas multivariables, la estabilidad se vuelve más complicada de analizar y mantener. Las interacciones entre variables pueden dar lugar a modos de oscilación o inestabilidades que no serían evidentes en sistemas de una sola variable.

**Optimización:** En sistemas con múltiples objetivos y variables, la optimización se vuelve más desafiante. Encontrar un conjunto de ajustes de control que optimicen varios criterios a menudo requiere técnicas más avanzadas que en sistemas de una sola variable.

**Sintonización de controladores:** En sistemas multivariables, la sintonización de controladores puede ser más compleja. Las técnicas de ajuste de controladores diseñadas para sistemas de una sola variable pueden no ser directamente aplicables o pueden requerir adaptaciones para lidiar con las interacciones entre variables.

**Interacciones no lineales:** En sistemas multivariados con relaciones no lineales entre las variables, los efectos de las interacciones pueden ser aún más complejos de prever y controlar.

### 2.3. Sistema de hipótesis

La implementación de una matriz de desacoplo permite que la función de dos variables dependa solo de una de ellas.

### 2.4. Variables e indicadores

#### Variables. Operacionalización de variables

**Tabla 1**

*Operacionalización de la variable independiente*

Variable Independiente	Definición Conceptual	Indicadores	Instrumento	Unidad de medida
Sistemas multivariados		Respuesta en régimen transitorio	Reporte de simulación	-----
		Respuesta en régimen estable	Reporte de simulación	-----

### III. METODOLOGÍA EMPLEADA

#### 3.1. Tipo y nivel de investigación

##### **Tipo de investigación**

Aplicada: A partir de conocimientos establecidos se dará solución a un problema planteado

##### **Nivel de investigación**

Explicativo

#### 3.2. Población y muestra de estudio

##### 3.2.1. Población

Es definida por Hernández y Mendoza (2018) como el conjunto de individuos, acciones, procesos u otras características que permiten representarlo en un conjunto que las cuales las asocian a una unidad de estudio. La población de estudio será los sistemas multivariados de  $m \times n$ .

##### 3.2.2. Muestra

La muestra de estudio será los sistemas multivariados de  $2 \times 2$

#### 3.3. Diseño de investigación

La medición es de enfoque cuantitativo, por lo que Azuero (2019), indica que la medición numérica obtenida se procesa en un análisis estadístico e inferencial para validar las hipótesis de estudio.

El diseño de contrastación es no experimental, que según Hernández y Mendoza (2018) indica que este tipo de investigación de corte transversal se fundamenta en la medición de la variable en un tiempo establecido. Por lo tanto, no se manipula la variable dependiente.

<b>Estudio</b>	<b>T1</b>
<b>M</b>	<b>O</b>

**Leyenda:**

**M:** Sistema multivariable de 2 entradas y 2 salidas

**O:** Independización de los sistemas de control

### 3.4. Técnicas e instrumentos de la investigación

#### Descripción de las técnicas e instrumentos

Para el estudio se requerirá de técnicas que permitan la recolección de la información, las técnicas que se utilizarán se definen de la siguiente manera:

**Observación:** Se utiliza para recopilar información y datos de manera confiable ya que interactúa con los sentidos para un registro sistemático, permitiendo validar las respuestas (Azüero, 2019). Como resultado, el enfoque se utilizará para recopilar información sobre los parámetros eléctricos del sistema de energía alternativa de baldosas piezoeléctricas.

**Análisis documental:** Según Azüero (2019), indica que es una investigación en medios digitales, artículos o libros sobre la actividad investigadora planificada; en este sentido, la presente investigación recogerá información sobre los piezoeléctricos y los distintos dispositivos eléctricos a emplear.

Asimismo, para la recolección de la información necesaria para la presente investigación, a continuación, se detallan los instrumentos de recolección de datos:

**Guía de observación:** Según Hernández y Mendoza (2018) indican que las guías de observación se emplean para recopilar información sobre la investigación en cuestión, por lo que este proyecto utilizará formatos de registro para conocer la cantidad de energía generada.

**Guía de análisis documental:** Según Hernández y Mendoza (2018) mencionan que las guías de análisis documental son factibles en la captación de las especificaciones necesarias para el trabajo de investigación utilizando el enfoque de análisis documental, por lo que, la presente investigación utilizará registros de información para la selección de los materiales de las baldosas piezoeléctricas.

### 3.5. Procesamiento y análisis de la investigación

En la siguiente figura se muestra un sistema MIMO en la que

$$Y_1(s) = f_1(X_1(s), X_2(s)) \text{ y } Y_2(s) = f_2(X_1(s), X_2(s))$$

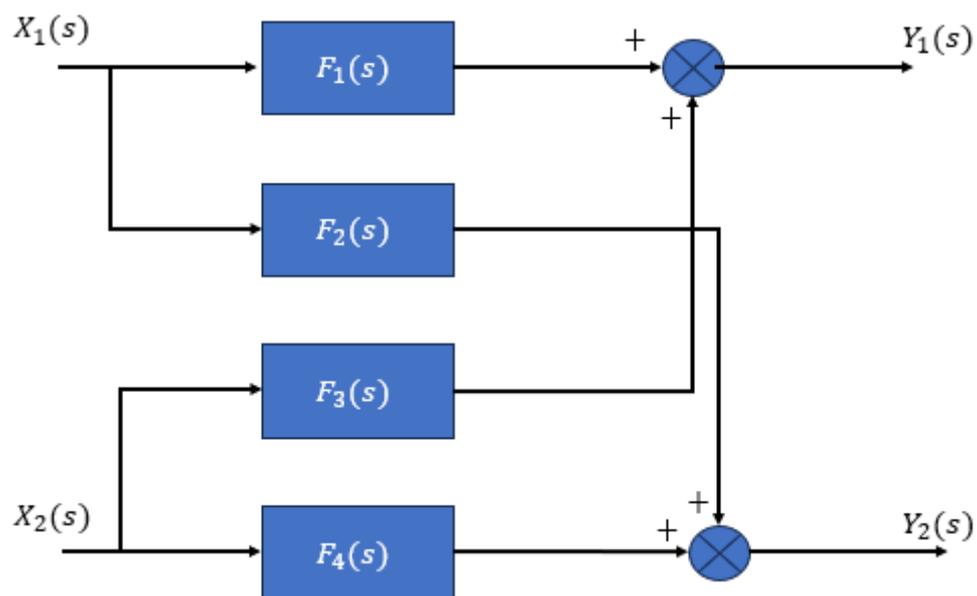
En ella se nota que  $Y_1$  depende de las dos entradas  $X_1$  y  $X_2$ . De igual manera para  $Y_2$ .

$$Y_1(s) = X_1(s)F_1(s) + X_2(s)F_3(s)$$

$$Y_2(s) = X_1(s)F_2(s) + X_2(s)F_4(s)$$

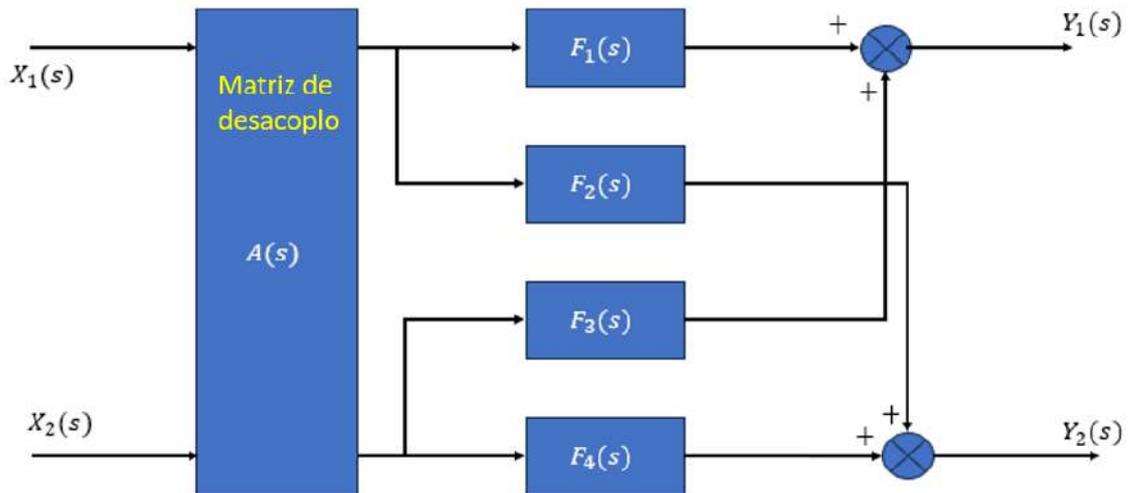
$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1(s) & F_3(s) \\ F_2(s) & F_4(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{bmatrix}$$

Figura 5 Sistema MIMO de 2 x2



En la siguiente figura muestra la matriz de desacoplo que permitirá independizar la dependencia de  $Y_1$  de  $Y_2$ .

**Figura 6** Independización de las salidas a través de la matriz de desacoplo



Calculando la salida en función de la entrada en forma matricial, se tiene:

$$\begin{bmatrix} F_1(s) & F_3(s) \\ F_2(s) & F_4(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1(s) & A_3(s) \\ A_2(s) & A_4(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} F_1(s)A_1(s) + F_3(s)A_2(s) & F_1(s)A_3(s) + F_3(s)A_4(s) \\ F_2(s)A_1(s) + F_4(s)A_2(s) & F_2(s)A_3(s) + F_4(s)A_4(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} F_1(s)A_1(s) + F_3(s)A_2(s) & F_1(s)A_3(s) + F_3(s)A_4(s) \\ F_2(s)A_1(s) + F_4(s)A_2(s) & F_2(s)A_3(s) + F_4(s)A_4(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix}$$

$$(F_1(s)A_1(s) + F_3(s)A_2(s))X_1(s) + (F_1(s)A_3(s) + F_3(s)A_4(s))X_2(s) =$$

$$Y_1(s) = f_1(X_1(s), X_2(s))$$

$$(F_2(s)A_1(s) + F_4(s)A_2(s))X_1(s) + (F_2(s)A_3(s) + F_4(s)A_4(s))X_2(s) =$$

$$Y_2(s) = f_2(X_1(s), X_2(s))$$

$Y_1$  dependiente solo de  $X_1$  y  $Y_2$  Dependiente solo de  $X_2$

**CASO 1:**

Seleccionamos adecuadamente la matriz A tal que:  $A_4(s) = 1, A_2(s) = 1$

$$Y_1(s) = f_1(X_1(s)) \rightarrow F_1(s)A_3(s) + F_3(s)A_4(s) = 0$$

$$\text{Si } A_4(s) = 1 \rightarrow A_3(s) = -\frac{F_3(s)}{F_1(s)}$$

$$Y_2(s) = f_2(X_2(s)) \rightarrow F_2(s)A_1(s) + F_4(s)A_2(s) = 0$$

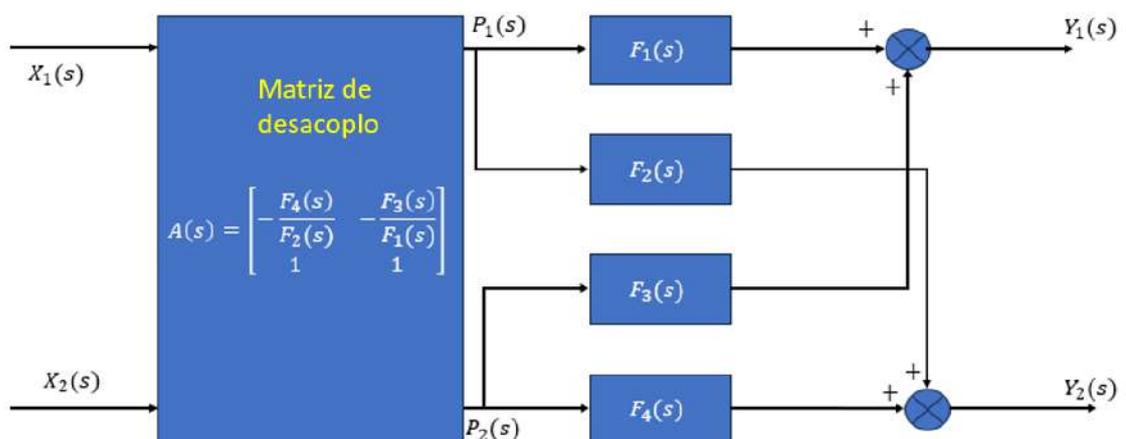
$$\text{Si } A_2(s) = 1 \rightarrow A_1(s) = -\frac{F_4(s)}{F_2(s)}$$

Desarrollando la matriz de desacoplo se tiene:

$$\begin{bmatrix} A_1(s) & A_3(s) \\ A_2(s) & A_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{F_4(s)}{F_2(s)} & -\frac{F_3(s)}{F_1(s)} \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

En la siguiente figura la matriz de desacoplo determinada, en la que la fila 2 está compuesta por el valor 1

**Figura 7** Bloque de la matriz de desacoplo para el caso 1



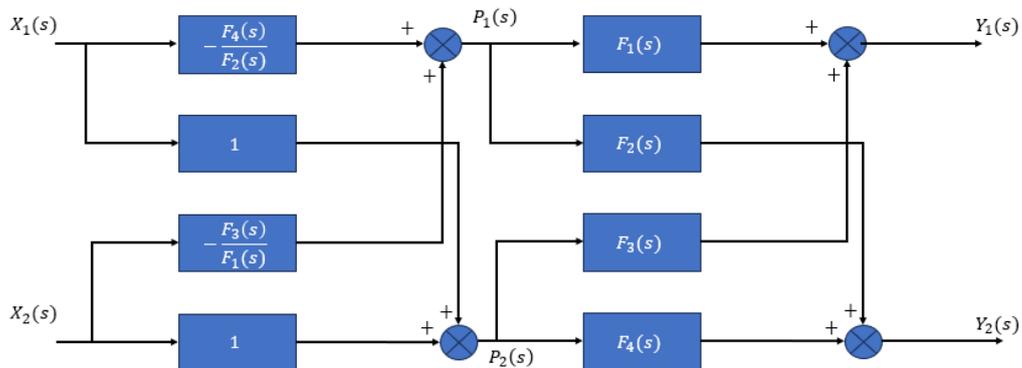
Implementando la matriz de desacoplo se tiene:

$$P_1(s) = -X_1(s) \frac{F_4(s)}{F_2(s)} - X_2(s) \frac{F_3(s)}{F_1(s)}$$

$$P_2(s) = X_1(s) + X_2(s)$$

En la siguiente figura se muestra la implementación de la matriz de desacoplo

**Figura 8** Implementación de la matriz de desacoplo para el caso 1



## CASO 2:

Seleccionamos adecuadamente la matriz A tal que:  $A_3(s) = 1, A_1(s) = 1$

$$Y_1(s) = f_1(X_1(s)) \rightarrow F_1(s)A_3(s) + F_3(s)A_4(s) = 0$$

$$\text{Si } A_3(s) = 1 \rightarrow A_4(s) = -\frac{F_1(s)}{F_3(s)}$$

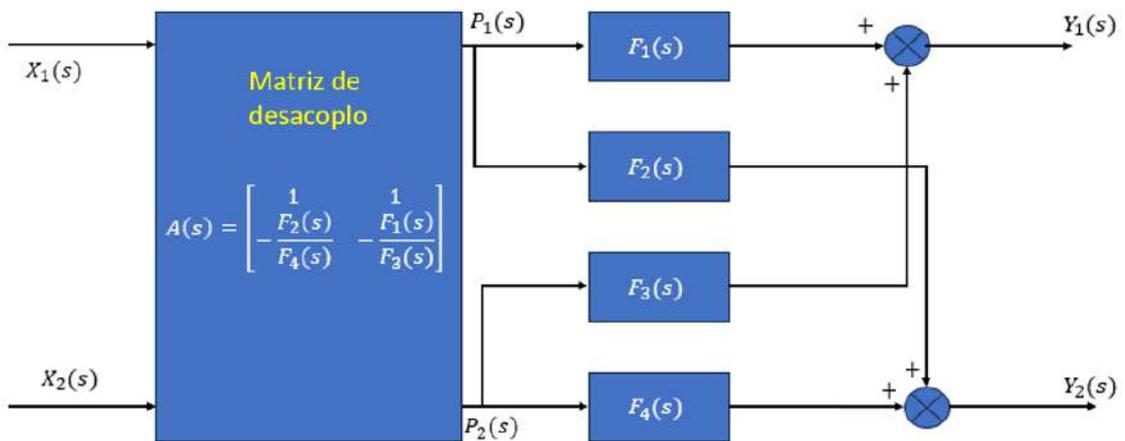
$$Y_2(s) = f_2(X_2(s)) \rightarrow F_2(s)A_1(s) + F_4(s)A_2(s) = 0$$

$$\text{Si } A_1(s) = 1 \rightarrow A_2(s) = -\frac{F_2(s)}{F_4(s)}$$

$$\begin{bmatrix} A_1(s) & A_3(s) \\ A_2(s) & A_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{F_2(s)}{F_4(s)} & -\frac{F_1(s)}{F_3(s)} \end{bmatrix}$$

En la siguiente figura la matriz de desacoplo determinada, en la que la fila 1 está compuesta por el valor 1

**Figura 9** Bloque de la matriz de desacoplo para el caso 2

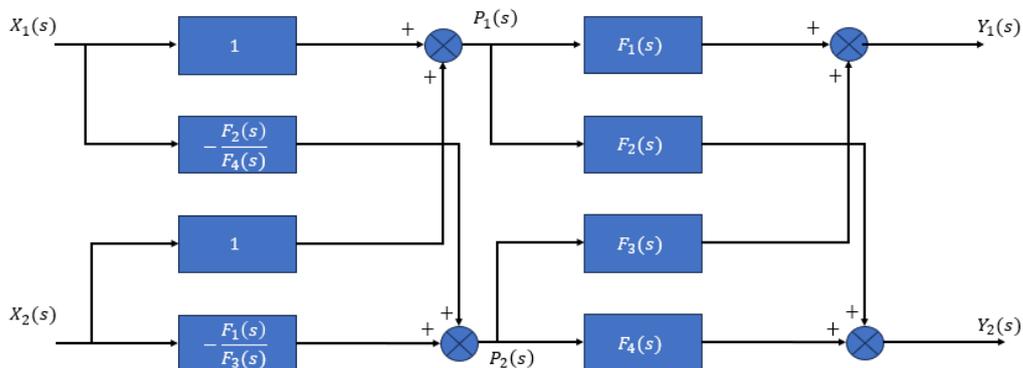


$$P_1(s) = X_1(s) + X_2(s)$$

$$P_2(s) = -X_1(s) \frac{F_2(s)}{F_4(s)} - X_2(s) \frac{F_1(s)}{F_3(s)}$$

En la siguiente figura se muestra la implementación de la matriz de desacoplo

**Figura 10** Implementación de la matriz de desacoplo para el caso 2



**CASO 3:**

Seleccionamos adecuadamente la matriz A tal que:  $A_3(s) = 1, A_2(s) = 1$

$$Y_1(s) = f_1(X_1(s)) \rightarrow F_1(s)A_3(s) + F_3(s)A_4(s) = 0$$

$$\text{Si } A_4(s) = -\frac{F_1(s)}{F_3(s)} \rightarrow A_3(s) = 1$$

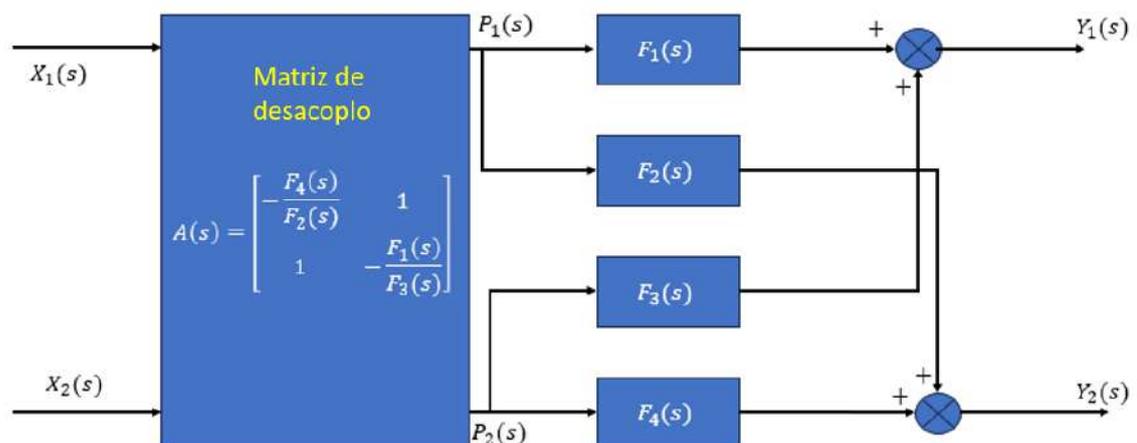
$$Y_2(s) = f_2(X_2(s)) \rightarrow F_2(s)A_1(s) + F_4(s)A_2(s) = 0$$

$$\text{Si } A_1(s) = -\frac{F_4(s)}{F_2(s)} \rightarrow A_2(s) = 1$$

$$\begin{bmatrix} A_1(s) & A_3(s) \\ A_2(s) & A_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{F_4(s)}{F_2(s)} & 1 \\ 1 & -\frac{F_1(s)}{F_3(s)} \end{bmatrix}$$

En la siguiente figura la matriz de desacoplo determinada, en la que la diagonal secundaria está compuesta por el valor 1

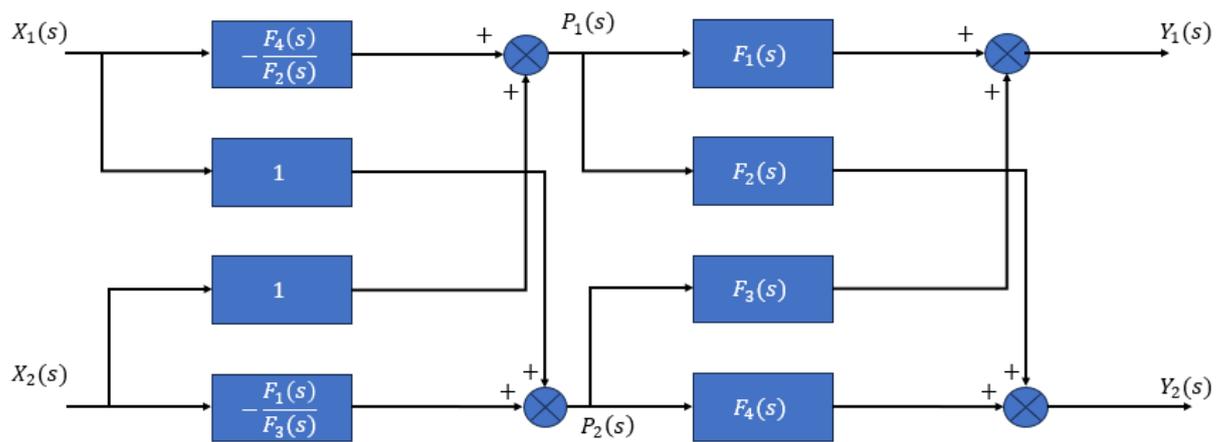
**Figura 11** Bloque de la matriz de desacoplo para el caso 3



$$P_1(s) = -X_1(s) \frac{F_4(s)}{F_2(s)} + X_2(s)$$

$$P_2(s) = X_1(s) - X_2(s) \frac{F_1(s)}{F_3(s)}$$

**Figura 12** Implementación de la matriz de desacoplo para el caso 3



#### CASO 4:

Seleccionamos adecuadamente la matriz A tal que:  $A_1(s) = 1, A_4(s) = 1$

$$Y_1(s) = f_1(X_1(s)) \rightarrow F_1(s)A_3(s) + F_3(s)A_4(s) = 0$$

$$\text{Si } A_3(s) = -\frac{F_3(s)}{F_1(s)} \rightarrow A_4(s) = 1$$

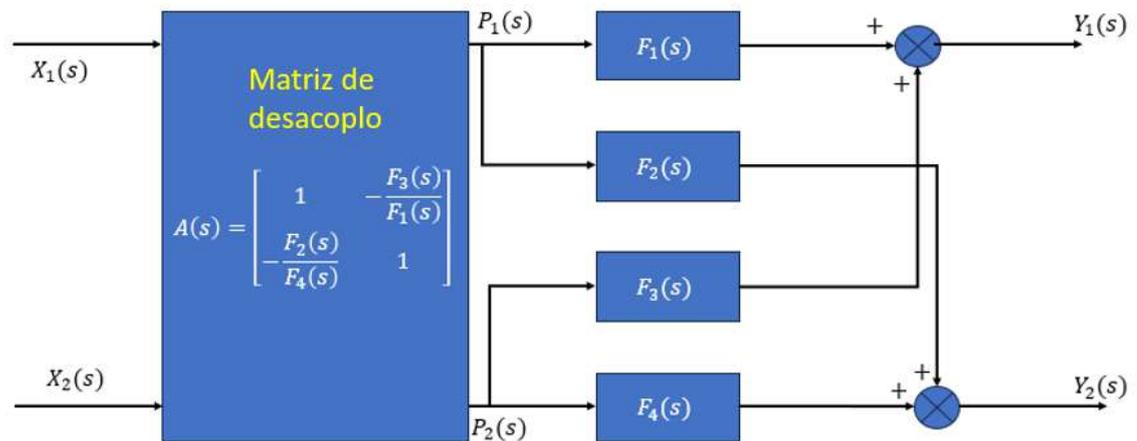
$$Y_2(s) = f_2(X_2(s)) \rightarrow F_2(s)A_1(s) + F_4(s)A_2(s) = 0$$

$$\text{Si } A_2(s) = -\frac{F_2(s)}{F_4(s)} \rightarrow A_1(s) = 1$$

$$\begin{bmatrix} A_1(s) & A_3(s) \\ A_2(s) & A_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{F_3(s)}{F_1(s)} \\ -\frac{F_2(s)}{F_4(s)} & 1 \end{bmatrix}$$

En la siguiente figura la matriz de desacoplo determinada, en la que la diagonal principal está compuesta por el valor 1.

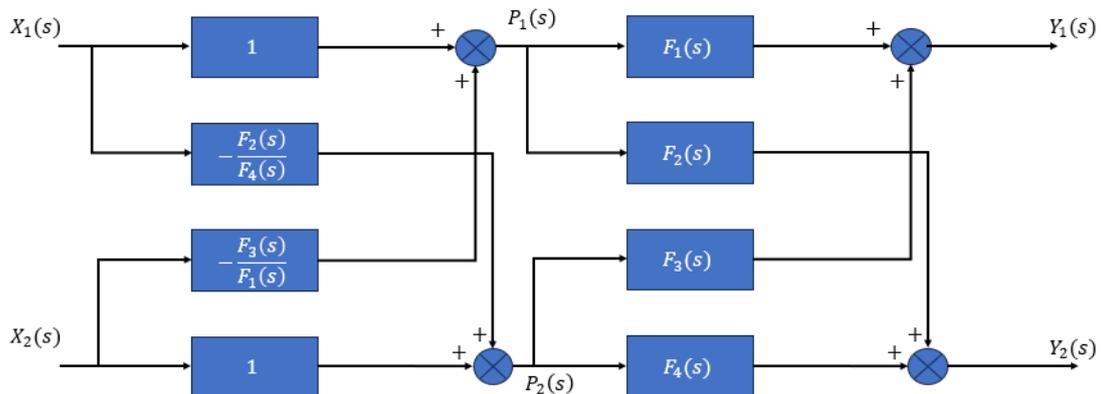
**Figura 13** Bloque de la matriz de desacoplo para el caso 4



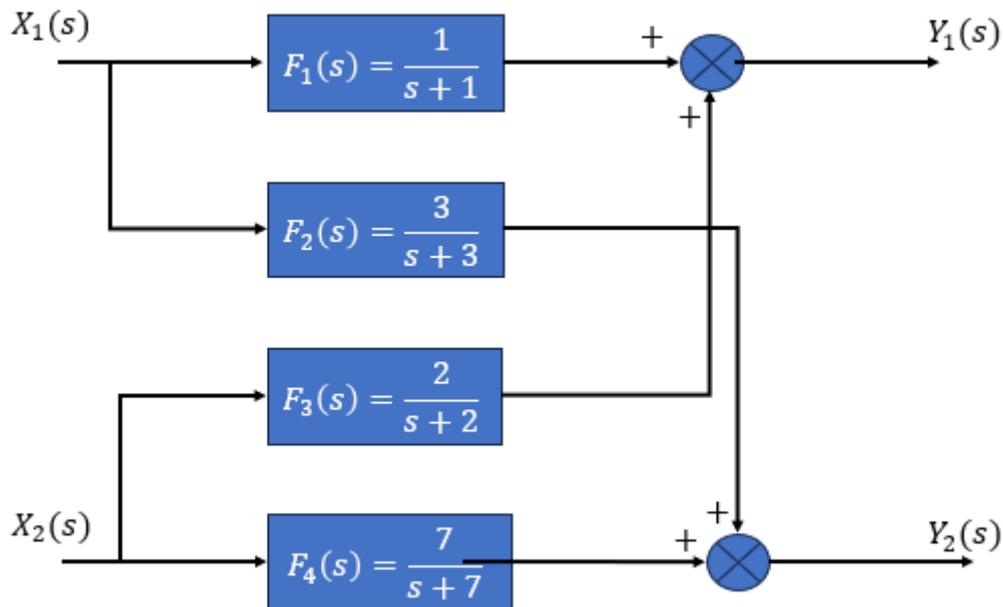
$$P_1(s) = X_1(s) - X_2(s) \frac{F_3(s)}{F_1(s)}$$

$$P_2(s) = -X_1(s) \frac{F_2(s)}{F_4(s)} + X_2(s)$$

**Figura 14** Implementación de la matriz de desacoplo para el caso 4



**Figura 15** Planta de prueba para la toma de datos



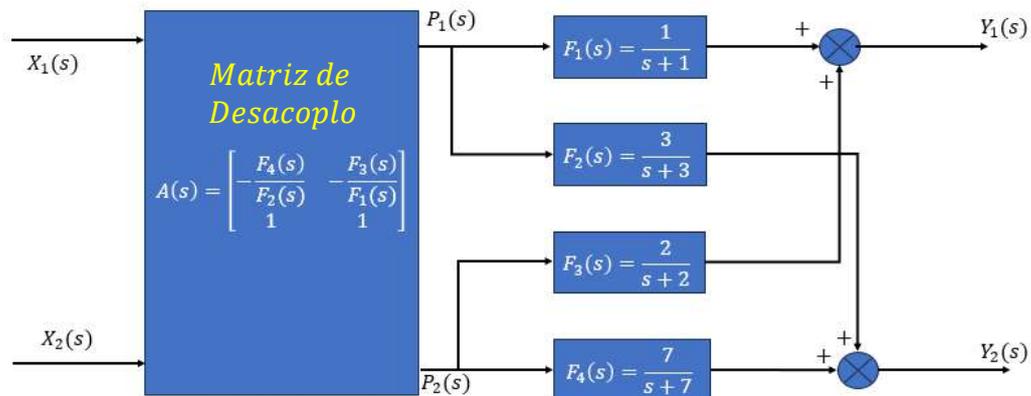
**Toma de datos para el caso 1**

A continuación, se muestra la función de transferencia de la matriz de desacoplo del caso 1. Donde la fila dos está compuesta por unos.

$$\begin{bmatrix} A_1(s) & A_3(s) \\ A_2(s) & A_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{7(s+3)}{3(s+7)} & -\frac{2(s+1)}{(s+2)} \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

En la siguiente figura, se muestra la matriz de desacoplo del caso 1 para la planta de prueba.

**Figura 16** Matriz de desacoplo para el caso 1

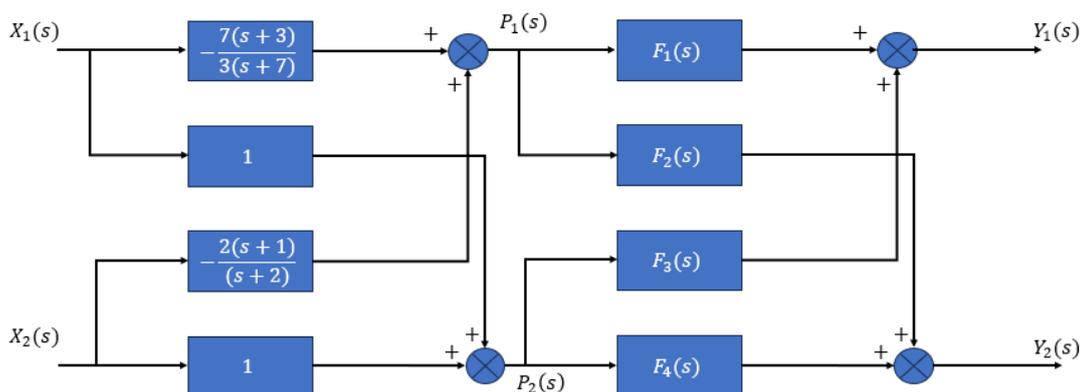


Donde  $P_1(s)$  es lo que se debe aplicar a la planta para obtener  $Y_1(s) = f_1(X_1(s))$  y  $P_2(s)$  es lo que se debe aplicar a la planta para obtener  $Y_2(s) = f_2(X_2(s))$

$$P_1(s) = -X_1(s) \frac{F_4(s)}{F_2(s)} - X_2(s) \frac{F_3(s)}{F_1(s)} \quad , \quad P_2(s) = X_1(s) + X_2(s)$$

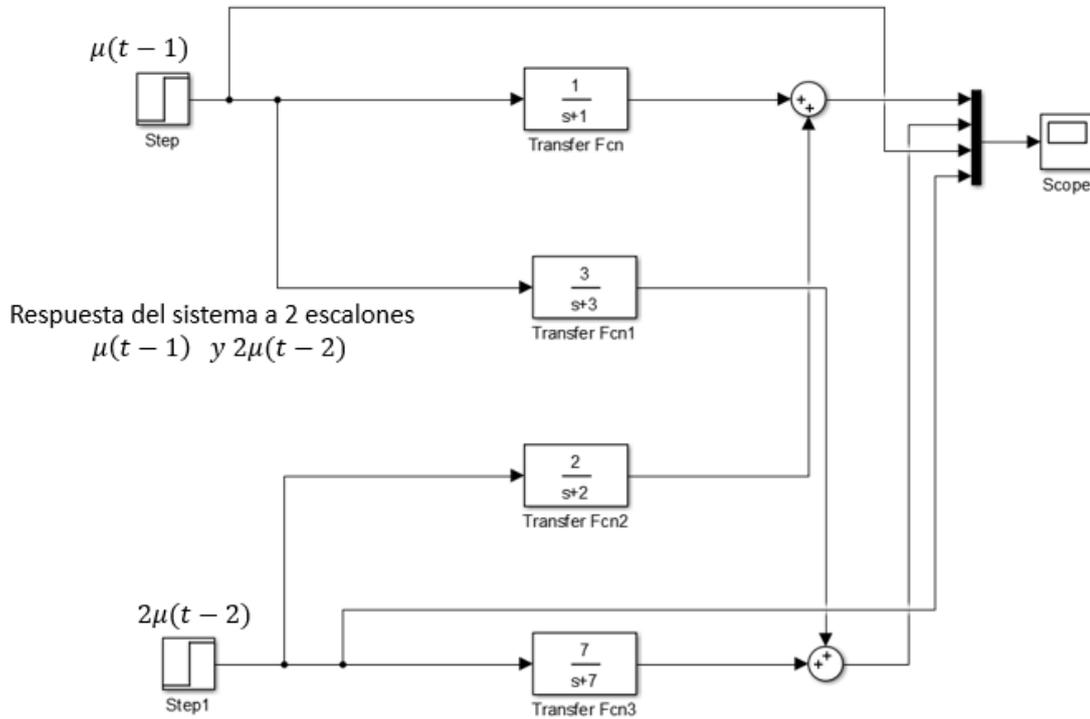
En la siguiente figura se muestra la Implementación de la matriz de desacoplo, mediante bloques para el caso 1.

**Figura 17** Implementación de la matriz de desacoplo para el caso 1



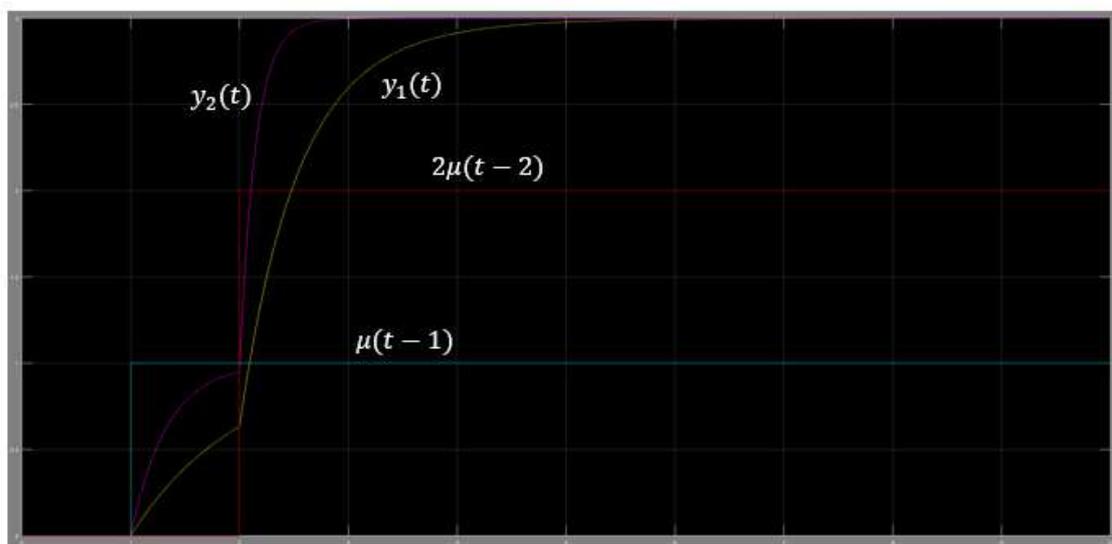
En la siguiente figura se muestra la planta de prueba implementada en Simulink, la cual ha sido sometida a dos escalones de amplitudes 1 y 2, y están desfasadas 1 y 2s.

**Figura 18** Implementación en Simulink de la planta de prueba para el caso 1



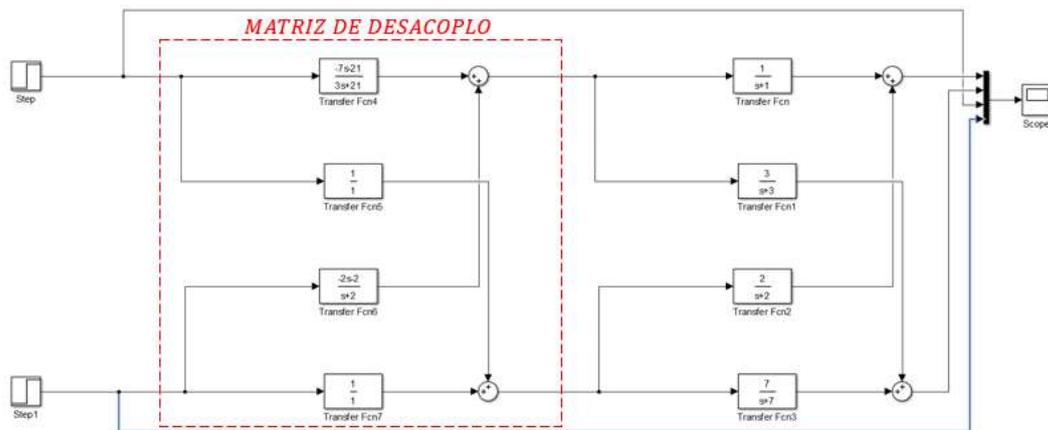
En la siguiente figura se muestra la respuesta del sistema; donde se observa la dependencia de las salidas de las 2 entradas. La curva amarilla es la salida  $y_1(t)$  y la de color morado es la salida  $y_2(t)$ .

**Figura 19** Respuesta del sistema de la planta de prueba a dos excitaciones para el caso 1



En la siguiente figura se muestra la Implementación de la planta de prueba con matriz de desacoplo en Simulink. Excitada con un escalón unitario retrasado 1s y un segundo escalón de amplitud dos desfasado 2s.

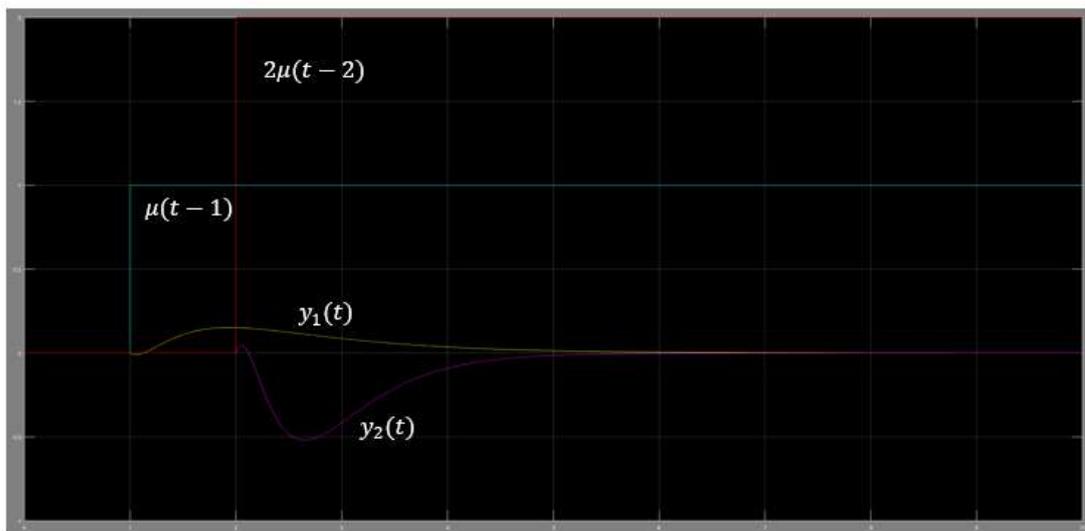
**Figura 20** Implementación de la planta de prueba con matriz de desacoplo en Simulink para el caso 1



### RESPUESTA DEL SISTEMA CON LA MATRIZ DE DESACOPLO – CASO 1

Se observa que la señal de salida  $y_1(t)$  solo depende de  $\mu(t - 1)$  y la señal de salida  $y_2(t)$  depende solo de  $2\mu(t - 2)$  y ambas presentan error estacionario.

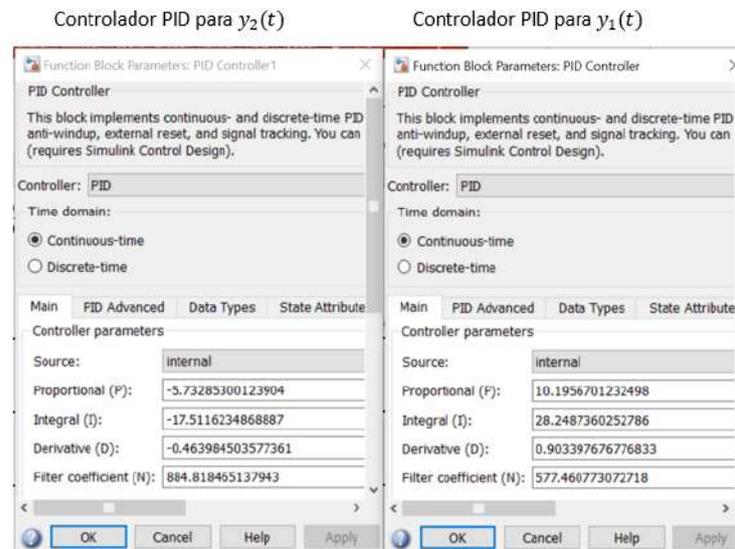
**Figura 21** Respuesta del sistema de la planta de prueba con matriz de desacoplo a dos excitaciones para el caso 1





En la siguiente se muestra los parámetros de sintonía de los controladores PID usando el Tool de Simulink.

**Figura 24** Parámetros de sintonía de los controladores PID usando el Tool de Simulink para el caso 1



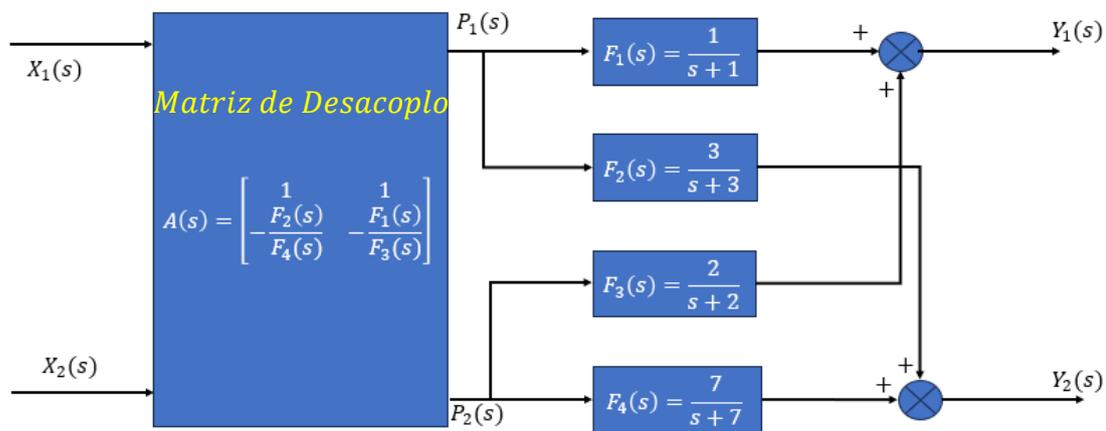
### **Toma de datos para el caso 2**

A continuación, se muestra la función de transferencia de la matriz de desacoplo del caso 2. Donde la fila uno está compuesto por unos.

$$\begin{bmatrix} A_1(s) & A_3(s) \\ A_2(s) & A_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{3}{7(s+3)} & -\frac{1}{2(s+1)} \end{bmatrix}$$

En la siguiente figura, se muestra la matriz de desacoplo del caso 2 para la planta de prueba.

**Figura 25** Matriz de desacoplo para el caso 2

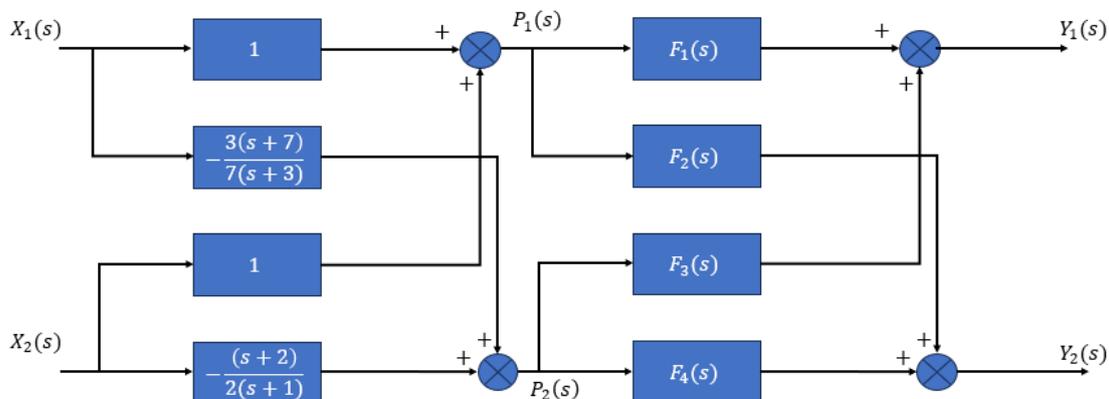


Donde  $P_1(s)$  es lo que se debe aplicar a la planta para obtener  $Y_1(s) = f_1(X_1(s))$  y  $P_2(s)$  es lo que se debe aplicar a la planta para obtener  $Y_2(s) = f_2(X_2(s))$

$$P_1(s) = X_1(s) + X_2(s) \quad P_2(s) = -X_1(s) \frac{F_2(s)}{F_4(s)} - X_2(s) \frac{F_1(s)}{F_3(s)}$$

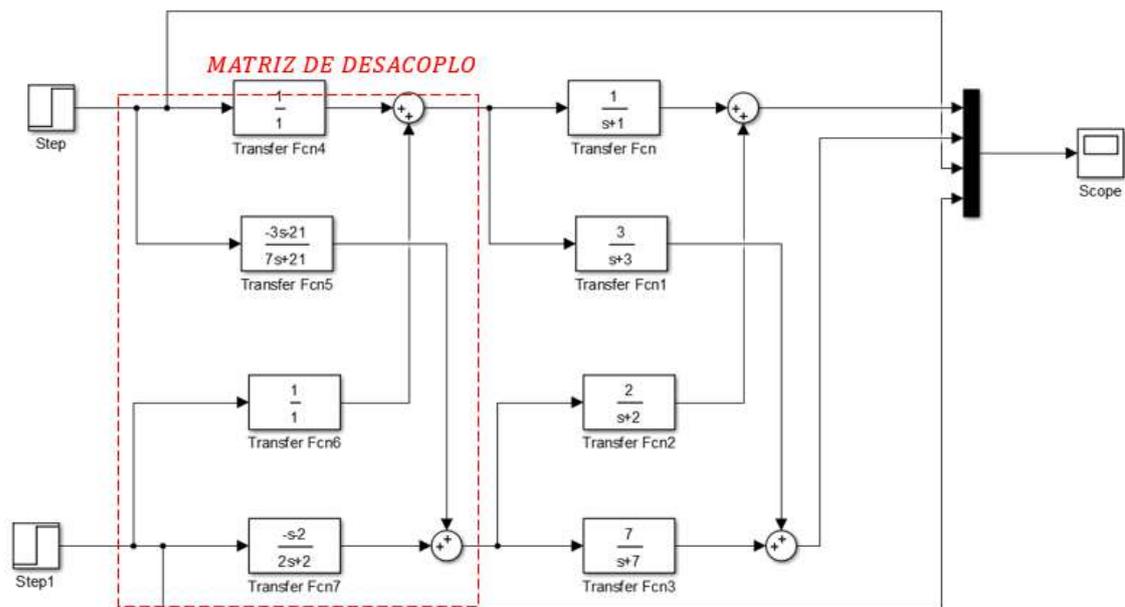
En la siguiente figura se muestra la Implementación de la matriz de desacoplo, mediante bloques para el caso 2.

**Figura 26** Implementación de la matriz de desacoplo para el caso 2



En la siguiente figura se muestra la planta de prueba implementada en Simulink, la cual ha sido sometida a dos escalones de amplitudes 1 y 2, y están desfasadas 1 y 2s.

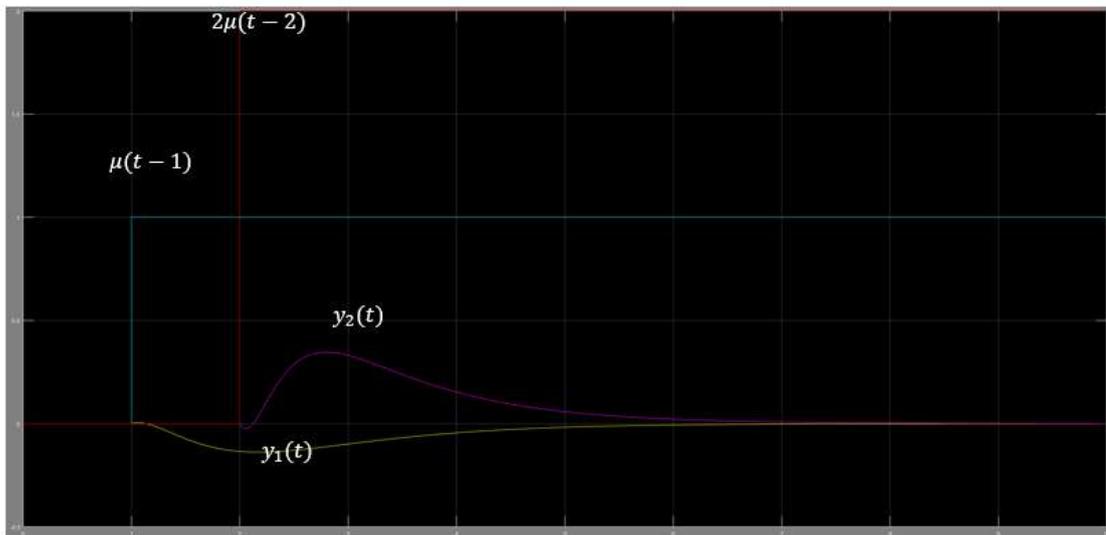
**Figura 27** Implementación en Simulink de la planta de prueba para el caso 2



## RESPUESTA DEL SISTEMA CON LA MATRIZ DE DESACOPLO – CASO 2

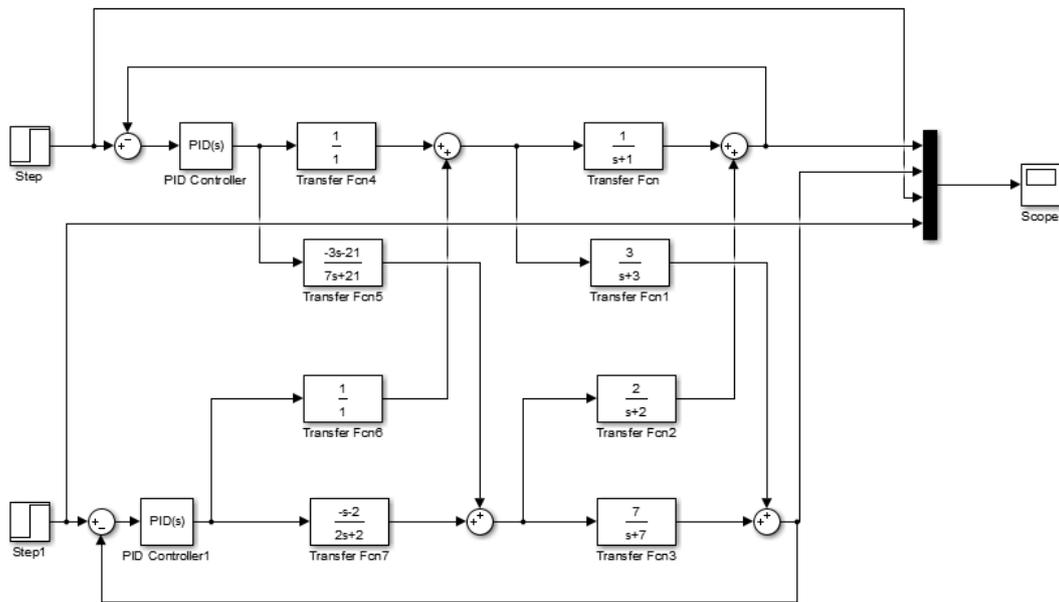
Se observa que la señal  $y_1(t)$  solo depende de  $\mu(t - 1)$  y la señal de  $y_2(t)$  depende solo de  $2\mu(t - 2)$

**Figura 28** Respuesta del sistema de la planta de prueba a dos excitaciones para el caso 2



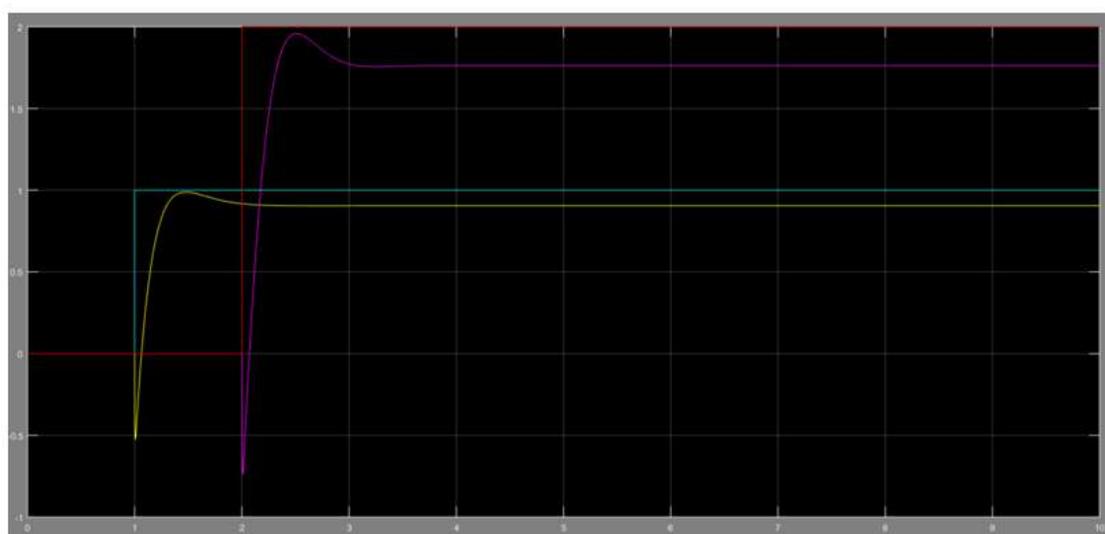
En la siguiente figura se muestra la implementación de un controlador PID en el lazo de control de la variable  $Y_1 - X_1$  y  $Y_2 - X_2$  para el caso 2

**Figura 29** Implementación de la planta de prueba con matriz de desacoplo y lazo de control PID en Simulink para el caso 2

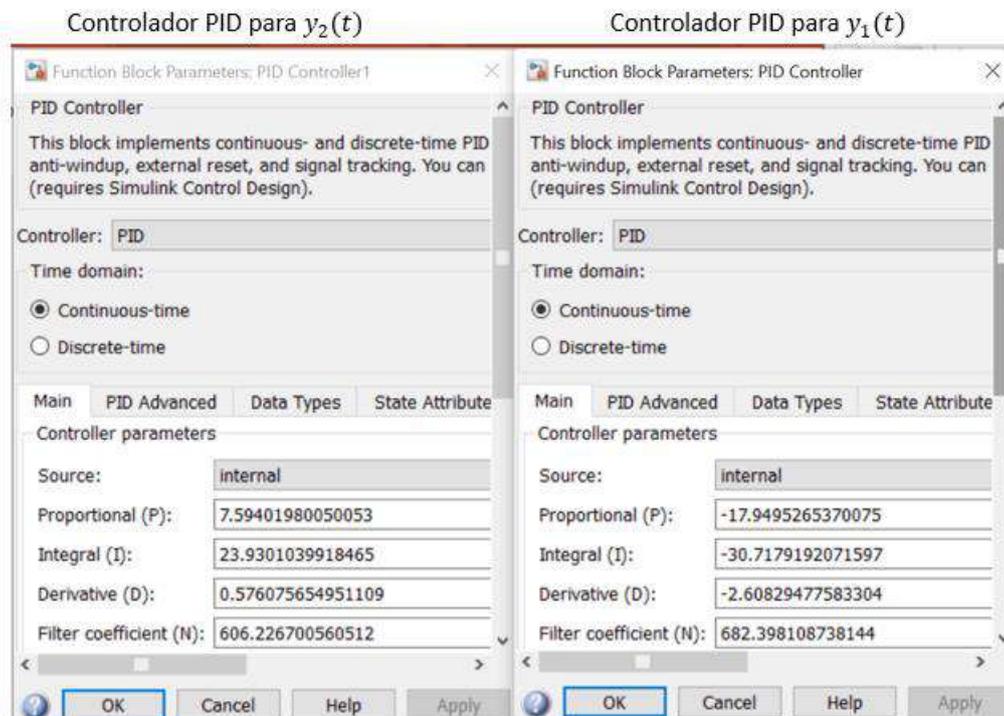


En la siguiente gráfica se observa, la respuesta del sistema a incorporar un controlador PID al lazo de control. La existencia de error estacionario es debida a que en lazo de realimentación dicha función en el punto cero es diferente de uno.

**Figura 30** Respuesta al Sistema con Matriz de desacoplo y lazo de control PID para el caso 2



**Figura 31** Parámetros de sintonía de los controladores PID usando el Tool de Simulink para el caso 2

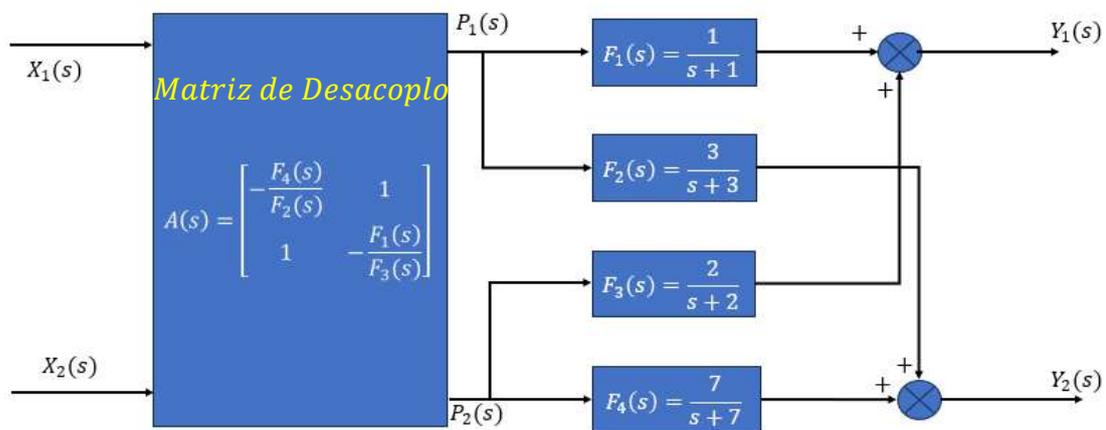


### Toma de datos para el caso 3

A continuación, se muestra la función de transferencia de la matriz de desacoplo del caso 3. Donde la diagonal secundaria o inferior está compuesto por unos.

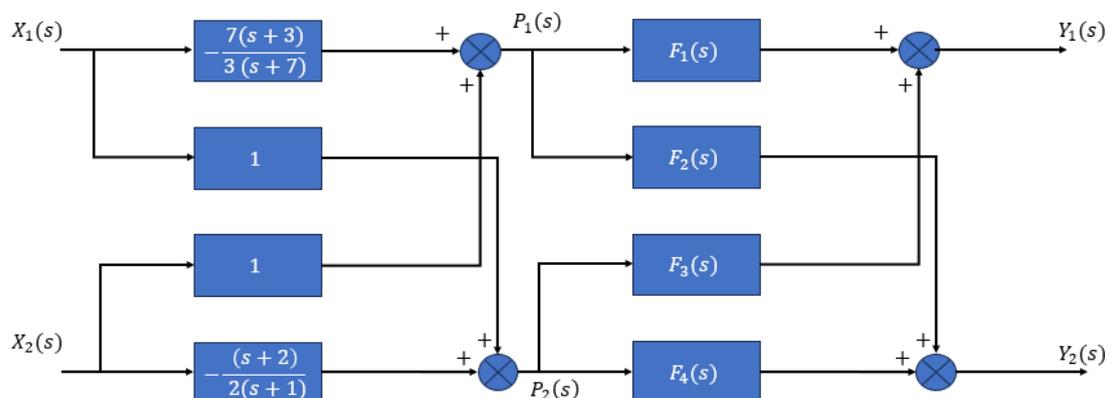
$$\begin{bmatrix} A_1(s) & A_3(s) \\ A_2(s) & A_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{7(s+3)}{3(s+7)} & 1 \\ 1 & -\frac{(s+2)}{2(s+1)} \end{bmatrix}$$

Figura 32 Matriz de desacoplo para el caso 3

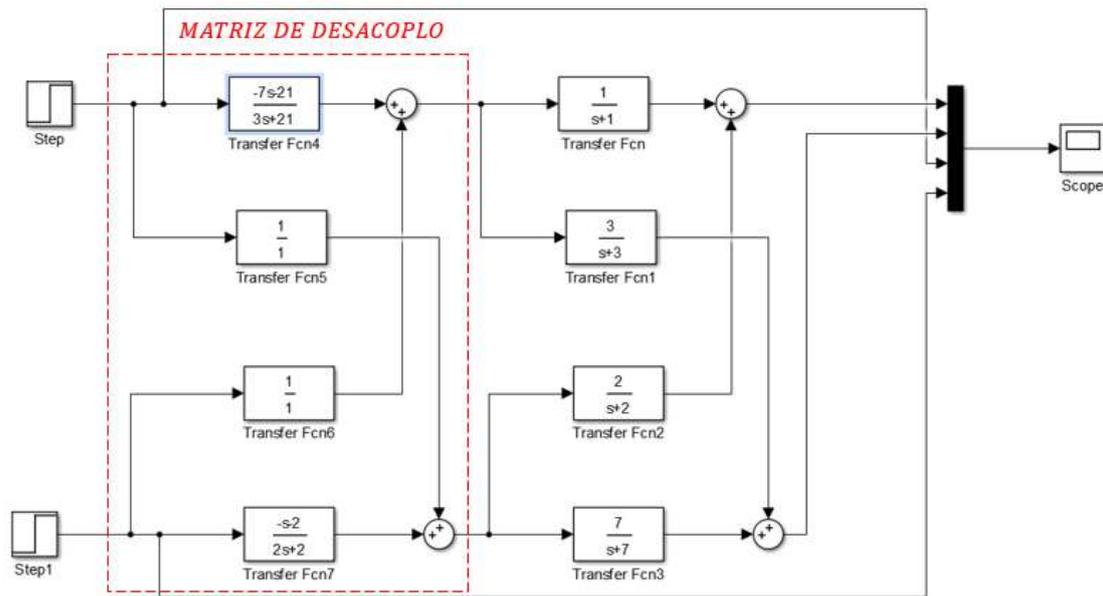


$$P_1(s) = -X_1(s) \frac{F_4(s)}{F_2(s)} + X_2(s) \quad P_2(s) = X_1(s) - X_2(s) \frac{F_1(s)}{F_3(s)}$$

Figura 33 Implementación de la matriz de desacoplo para el caso 3



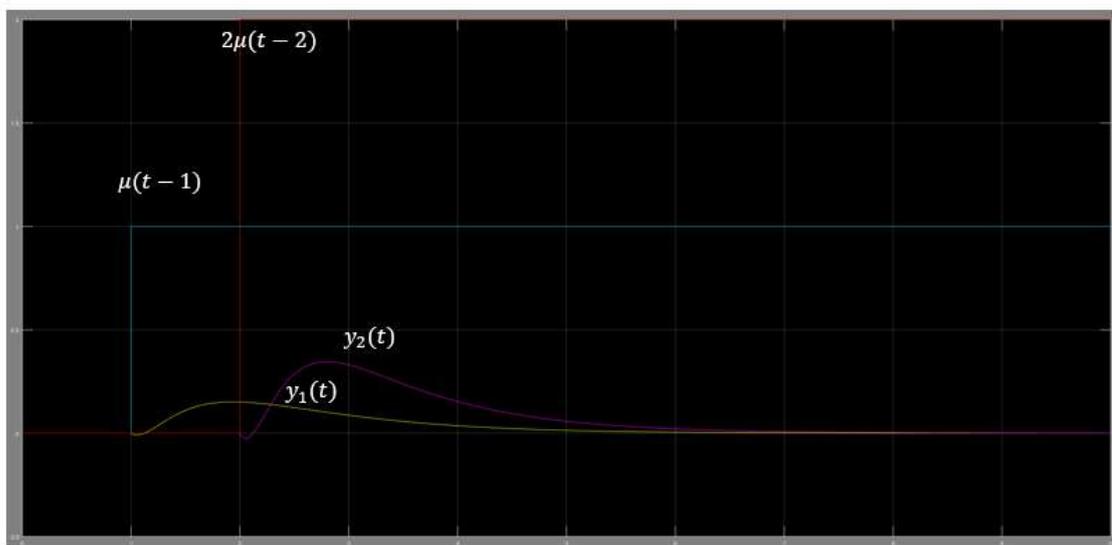
**Figura 34** Implementación en Simulink de la planta de prueba para el caso 3



### RESPUESTA DEL SISTEMA CON LA MATRIZ DE DESACOPLO – CASO 3

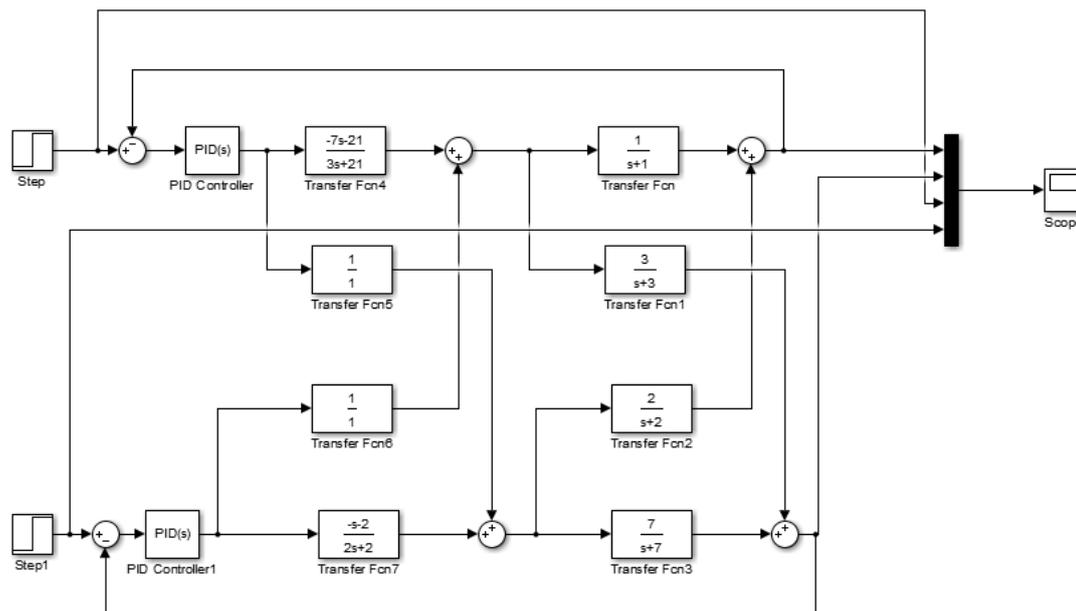
Se observa que la señal  $y_1(t)$  solo depende de  $\mu(t - 1)$  y la señal de  $y_2(t)$  depende solo de  $2\mu(t - 2)$

**Figura 35** Respuesta del sistema de la planta de prueba a dos excitaciones para el caso 3



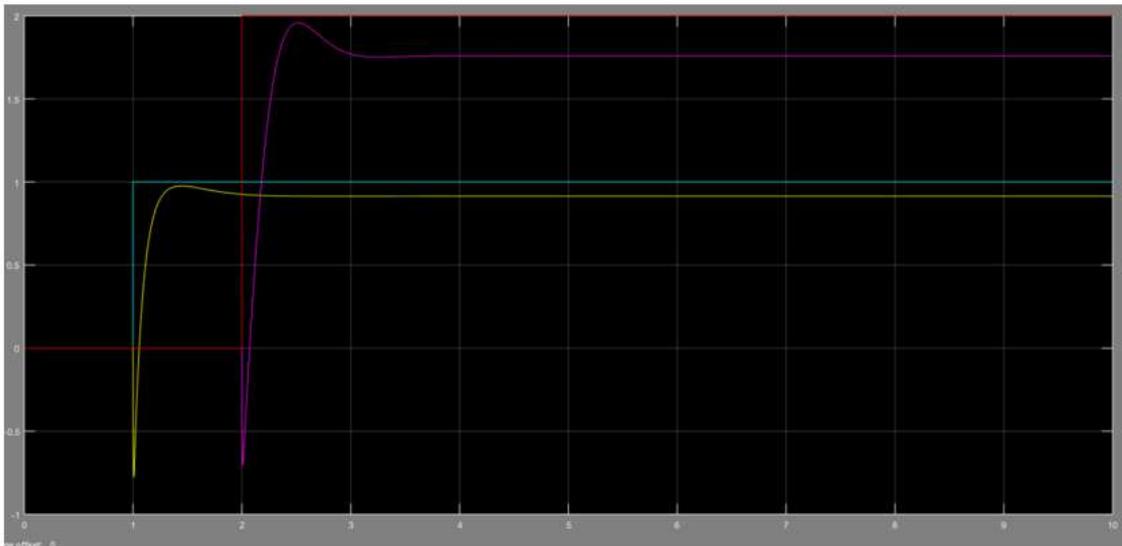
En la siguiente ilustración se muestra la implementación de un controlador PID en el lazo de control de la variable  $Y_1 - X_1$  y  $Y_2 - X_2$  para el caso 3

**Figura 36** Implementación con Matriz de desacoplo y lazo de control PID para el caso 3

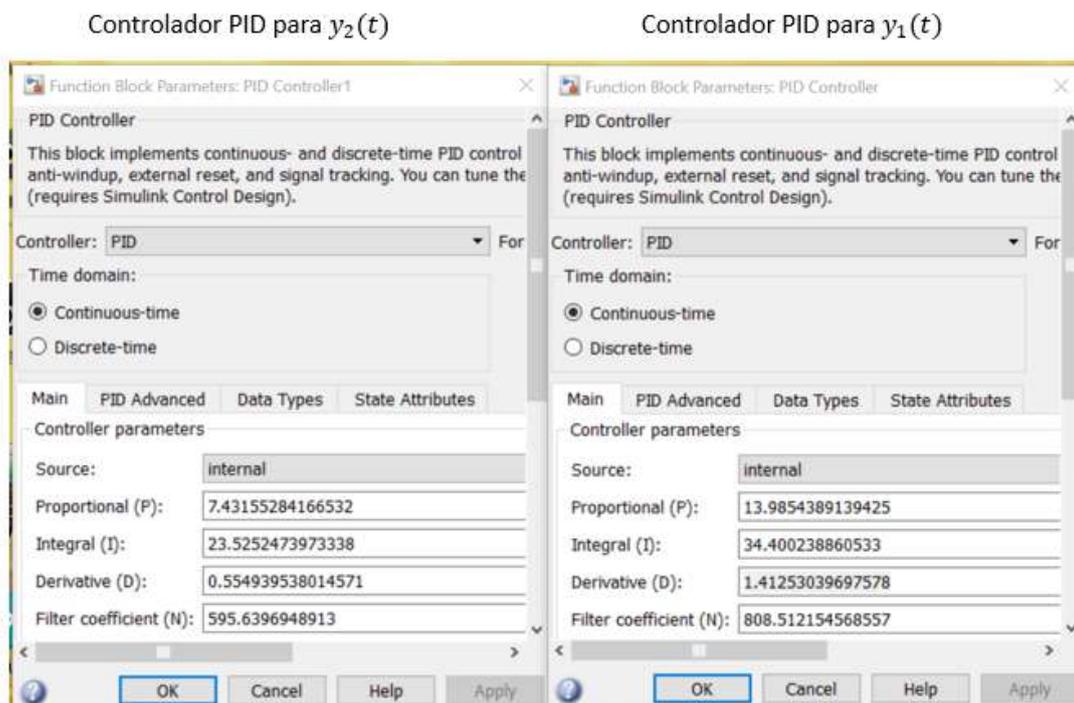


En la siguiente gráfica se observa, la respuesta del sistema a incorporar un controlador PID al lazo de control. La existencia de error estacionario es debida a que en lazo de realimentación dicha función en el punto cero es diferente de uno.

**Figura 37** Respuesta al Sistema con Matriz de desacoplo y lazo de control PID para el caso 3



**Figura 38** *Parámetros de sintonía de los controladores PID usando el Tool de Simulink para el caso 3*

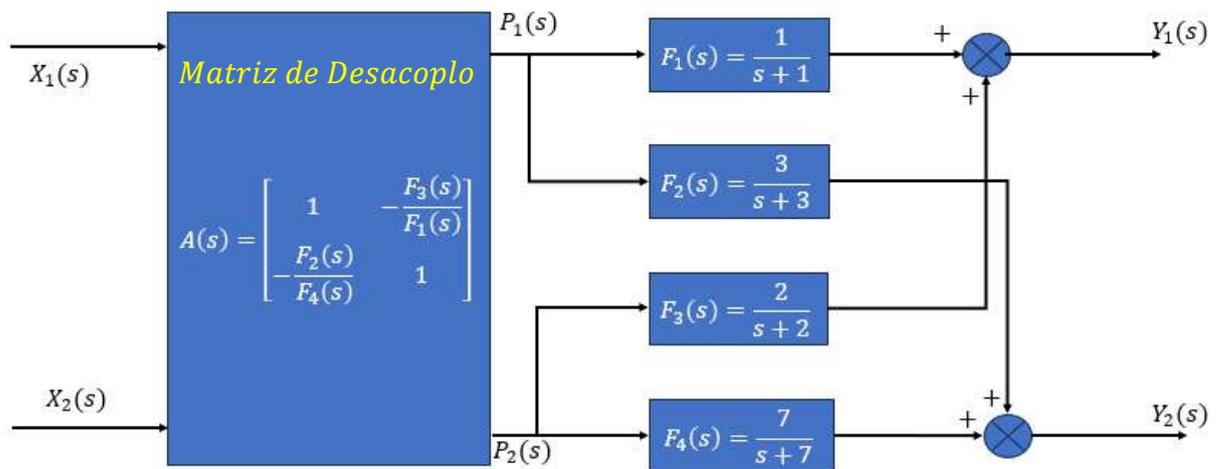


#### ***Toma de datos para el caso 4***

A continuación, se muestra la función de transferencia de la matriz de desacoplo del caso 4. Donde la diagonal principal o superior está compuesto por unos.

$$\begin{bmatrix} A_1(s) & A_3(s) \\ A_2(s) & A_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{2(s+1)}{(s+2)} \\ -\frac{3(s+7)}{7(s+3)} & 1 \end{bmatrix}$$

**Figura 39** Matriz de desacoplo para el caso 4



$$P_1(s) = X_1(s) - X_2(s) \frac{F_3(s)}{F_1(s)} \quad P_2(s) = -X_1(s) \frac{F_2(s)}{F_4(s)} + X_2(s)$$

**Figura 40** Implementación de la matriz de desacoplo para el caso 4

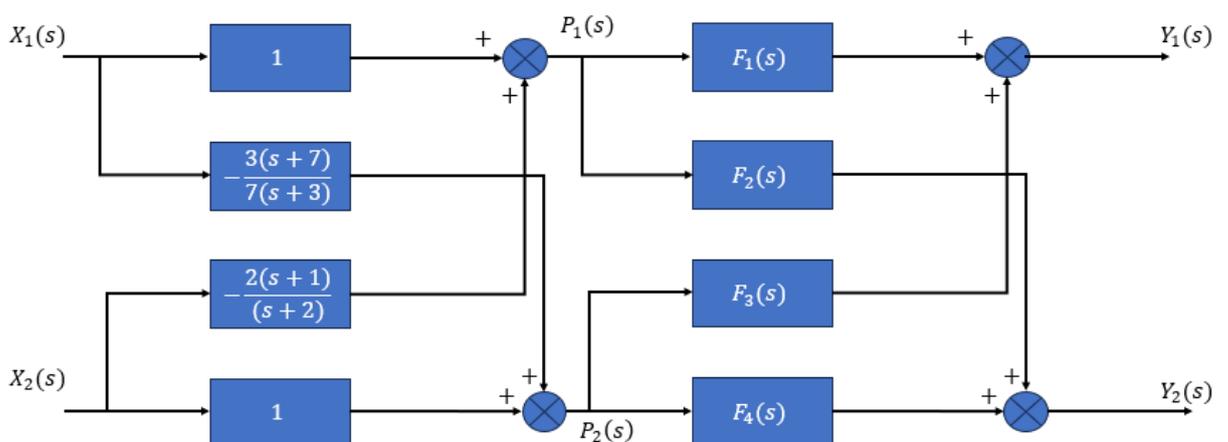
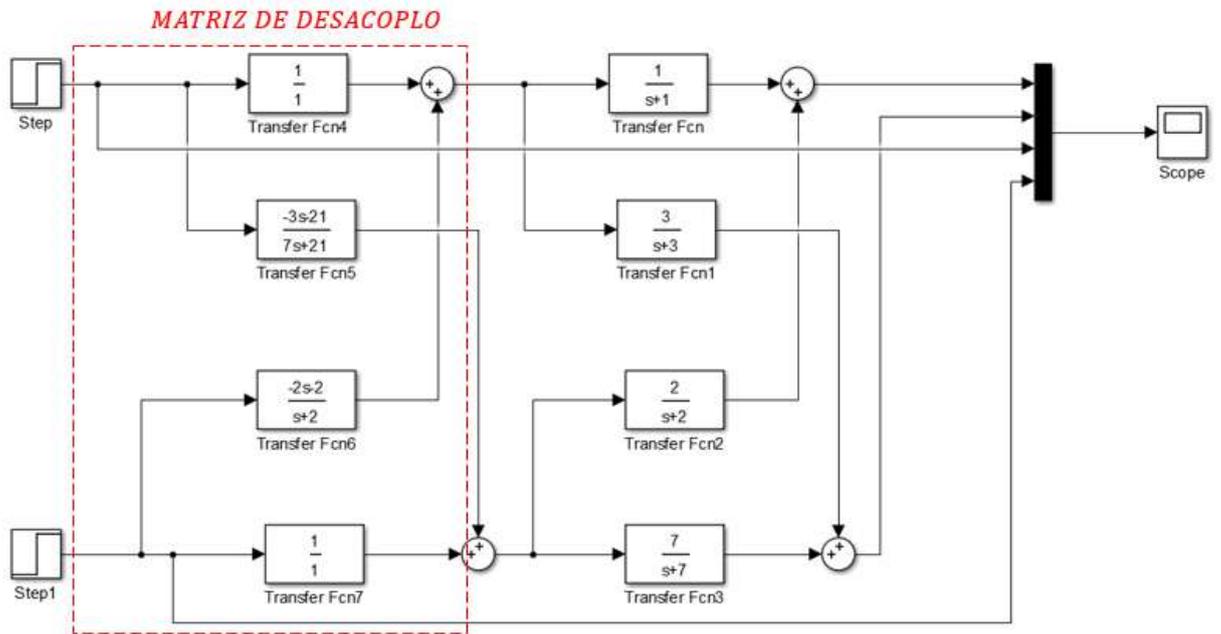


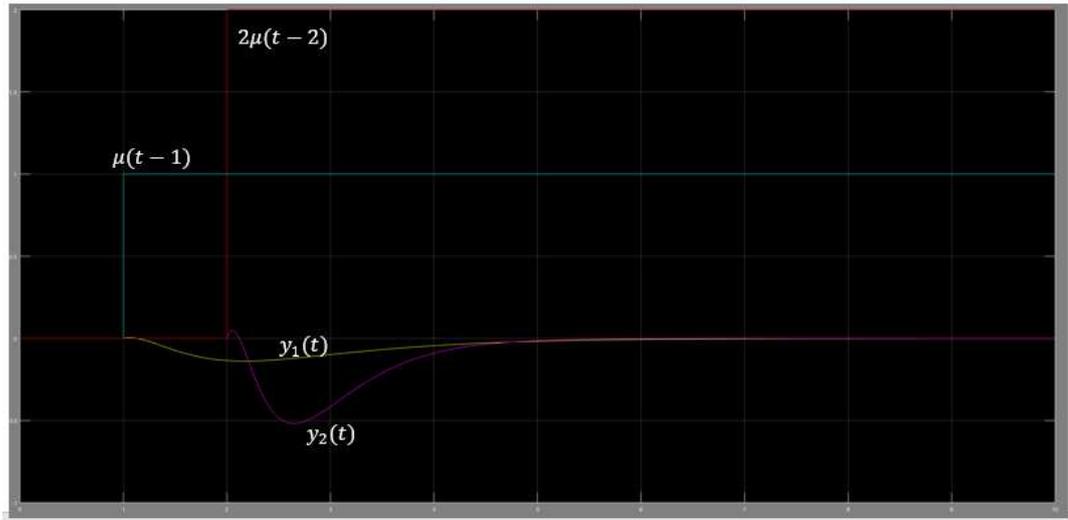
Figura 41 Implementación en Simulink de la planta de prueba para el caso 4



### RESPUESTA DEL SISTEMA CON LA MATRIZ DE DESACOPLO – CASO 4

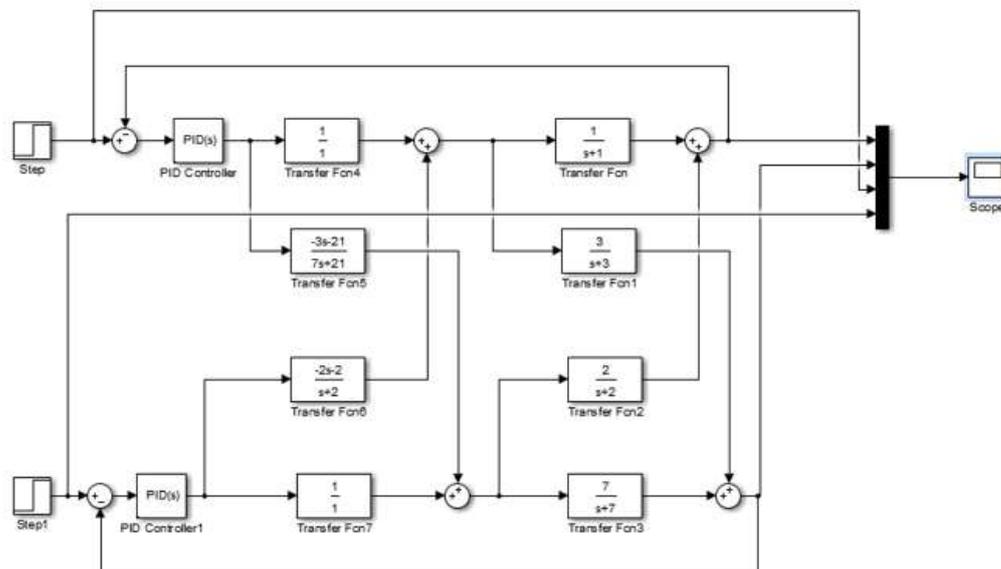
Se observa que la señal  $y_1(t)$  solo depende de  $\mu(t - 1)$  y la señal de  $y_2(t)$  depende solo de  $2\mu(t - 2)$

**Figura 42** Respuesta del sistema de la planta de prueba a dos excitaciones para el caso 4



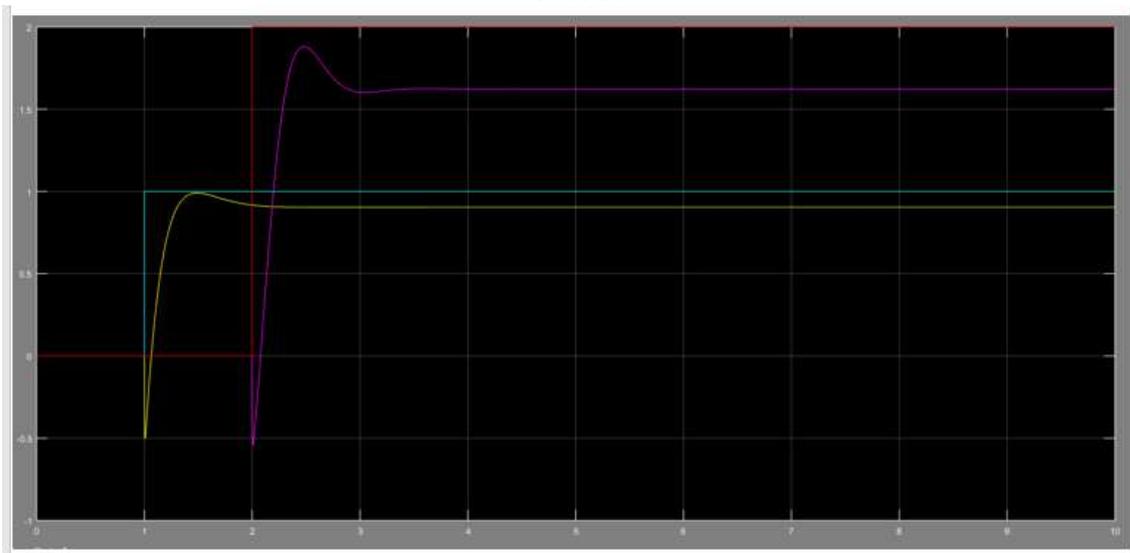
En la siguiente ilustración se muestra la implementación de un controlador PID en el lazo de control de la variable  $Y_1 - X_1$  y  $Y_2 - X_2$  para el caso 4

**Figura 43** Implementación con Matriz de desacoplo y lazo de control PID para el caso 4



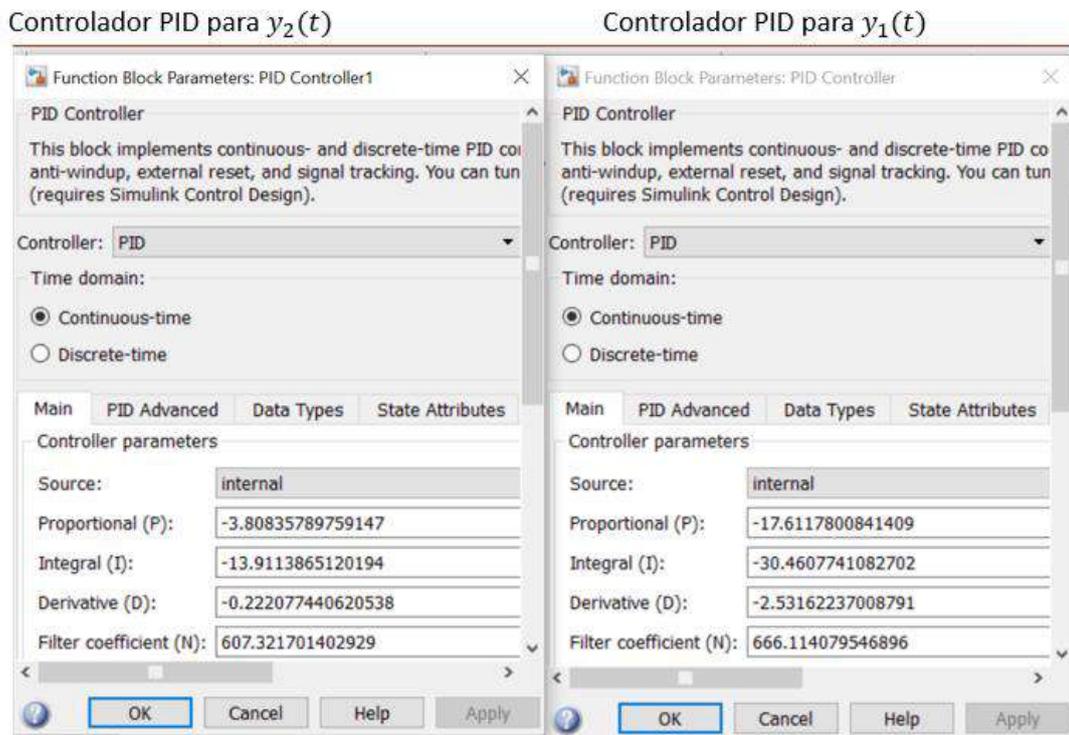
En la siguiente gráfica se observa, la respuesta del sistema a incorporar un controlador PID al lazo de control. La existencia de error estacionario es debida a que en lazo de realimentación dicha función en el punto cero es diferente de uno.

**Figura 44** Respuesta al Sistema con Matriz de desacoplo y lazo de control PID para el caso 4



**Figura 45** Parámetros de sintonía de los controladores PID usando el Tool de

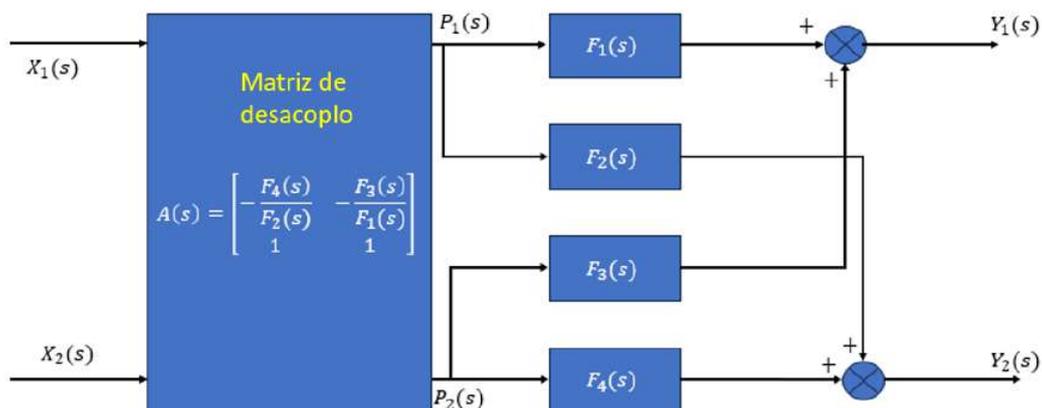
### Simulink para el caso 4



## IV. PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

En el caso 1, la matriz de desacoplo determinada, en la que la fila 2 está compuesta por el valor 1 (ver figura 46).

**Figura 46** Bloque de la matriz de desacoplo para el caso 1



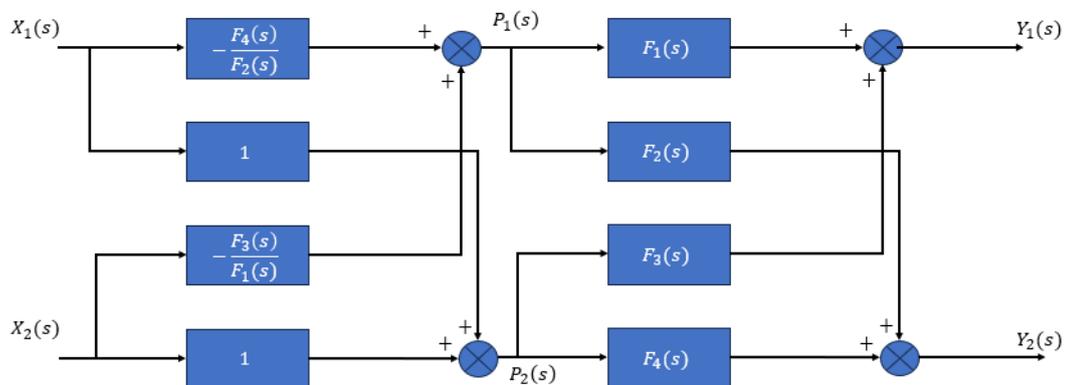
Implementando la matriz de desacoplo se tiene:

$$P_1(s) = -X_1(s) \frac{F_4(s)}{F_2(s)} - X_2(s) \frac{F_3(s)}{F_1(s)}$$

$$P_2(s) = X_1(s) + X_2(s)$$

En la figura 47, se muestra la implementación de la matriz de desacoplo

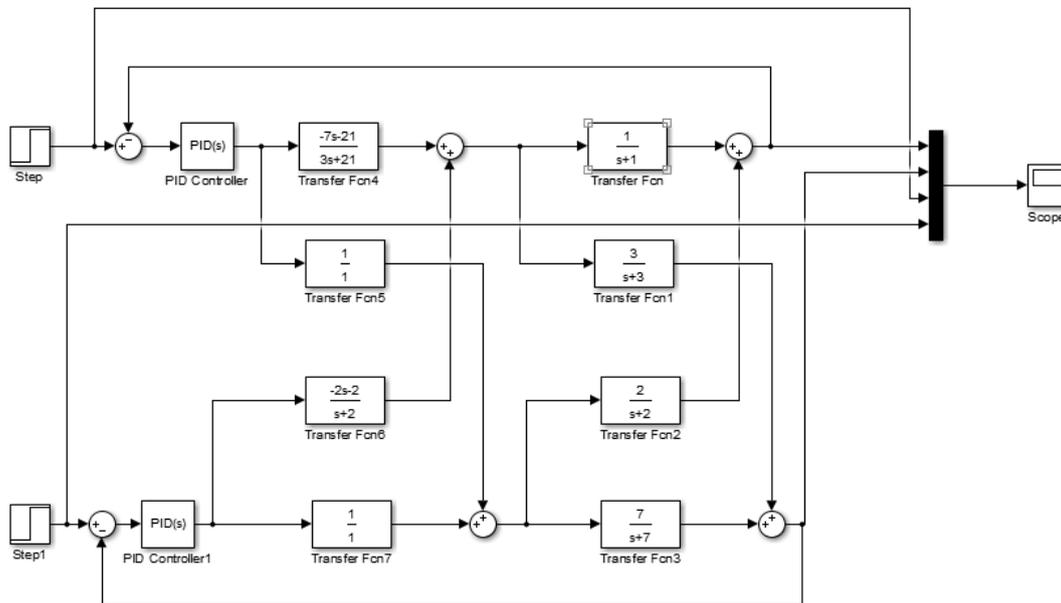
**Figura 47** Implementación de la matriz de desacoplo para el caso 1



En la siguiente figura se muestra la implementación de un controlador PID

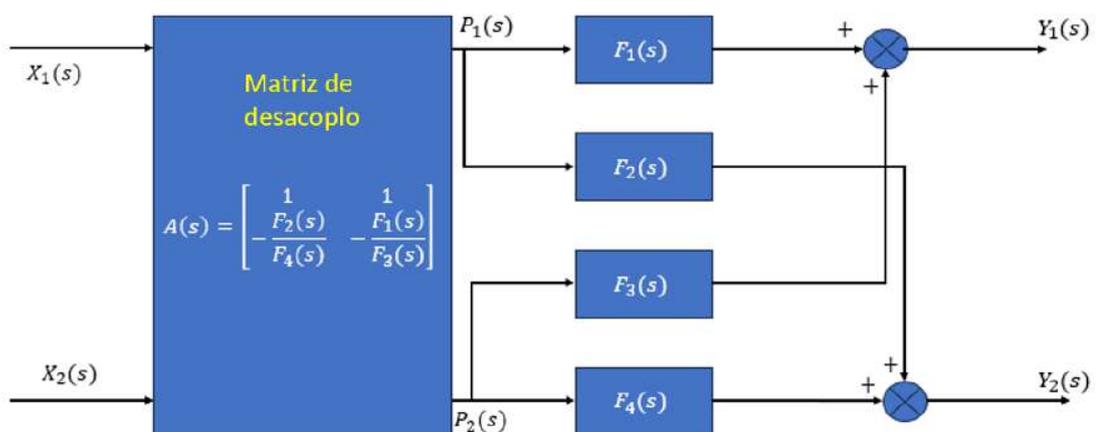
en el lazo de control de la variable  $Y_1 - X_1$  y  $Y_2 - X_2$  para el caso 1

**Figura 48** Implementación con Matriz de desacoplo y lazo de control PID para el caso 1



En el caso 2, la matriz de desacoplo determinada, en la que la fila 1 está compuesta por el valor 1 (ver figura 49).

**Figura 49** Bloque de la matriz de desacoplo para el caso 2

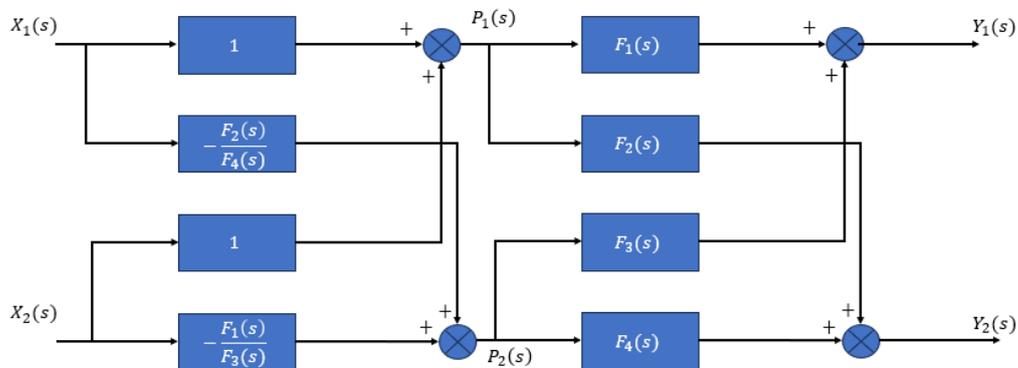


$$P_1(s) = X_1(s) + X_2(s)$$

$$P_2(s) = -X_1(s) \frac{F_2(s)}{F_4(s)} - X_2(s) \frac{F_1(s)}{F_3(s)}$$

En la figura se muestra la implementación de la matriz de desacoplo

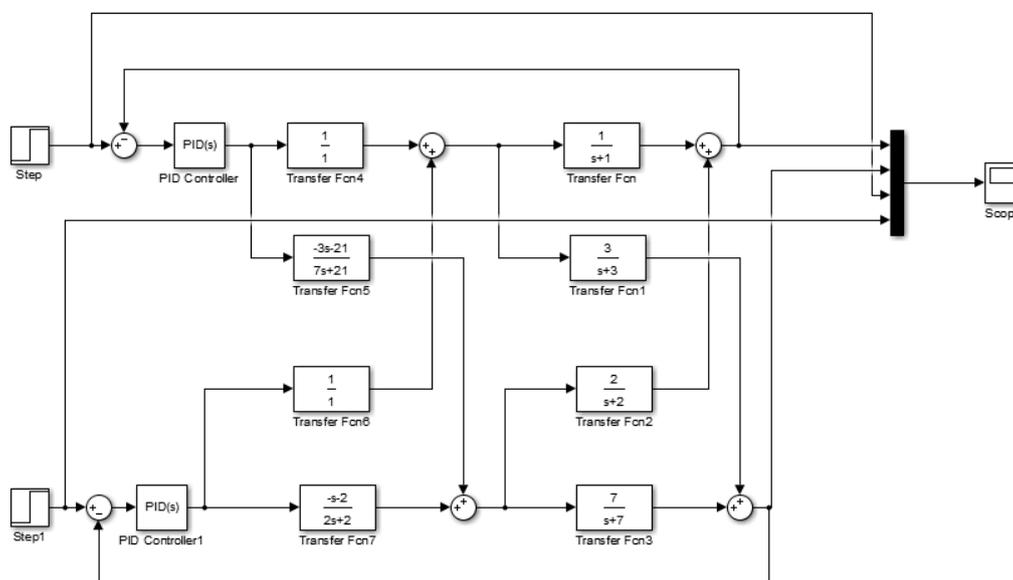
**Figura 50** Implementación de la matriz de desacoplo para el caso 2



En la siguiente ilustración se muestra la implementación de un controlador

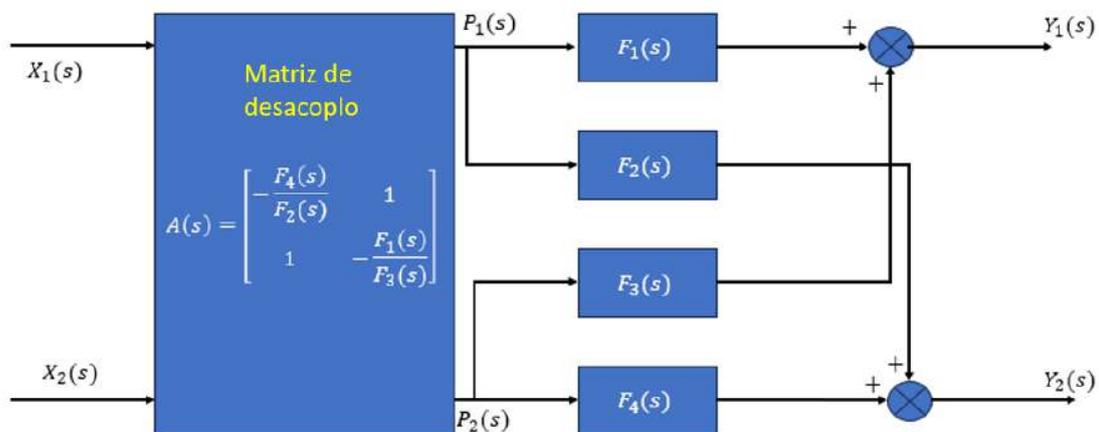
PID en el lazo de control de la variable  $Y_1 - X_1$  y  $Y_2 - X_2$  para el caso 2

**Figura 51** Implementación de la planta de prueba con matriz de desacoplo y lazo de control PID en Simulink para el caso 2



En el caso 3, la matriz de desacoplo determinada, en la que la diagonal secundaria está compuesta por el valor 1 (ver figura 52).

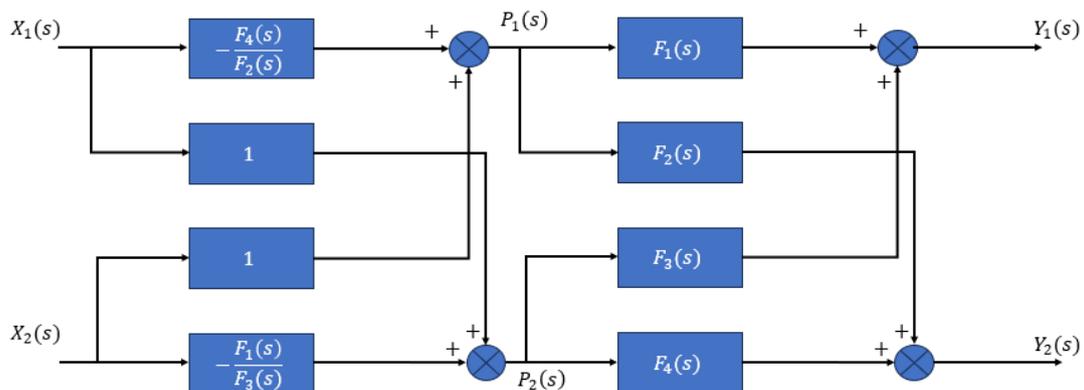
**Figura 52** Bloque de la matriz de desacoplo para el caso 3



$$P_1(s) = -X_1(s) \frac{F_4(s)}{F_2(s)} + X_2(s)$$

$$P_2(s) = X_1(s) - X_2(s) \frac{F_1(s)}{F_3(s)}$$

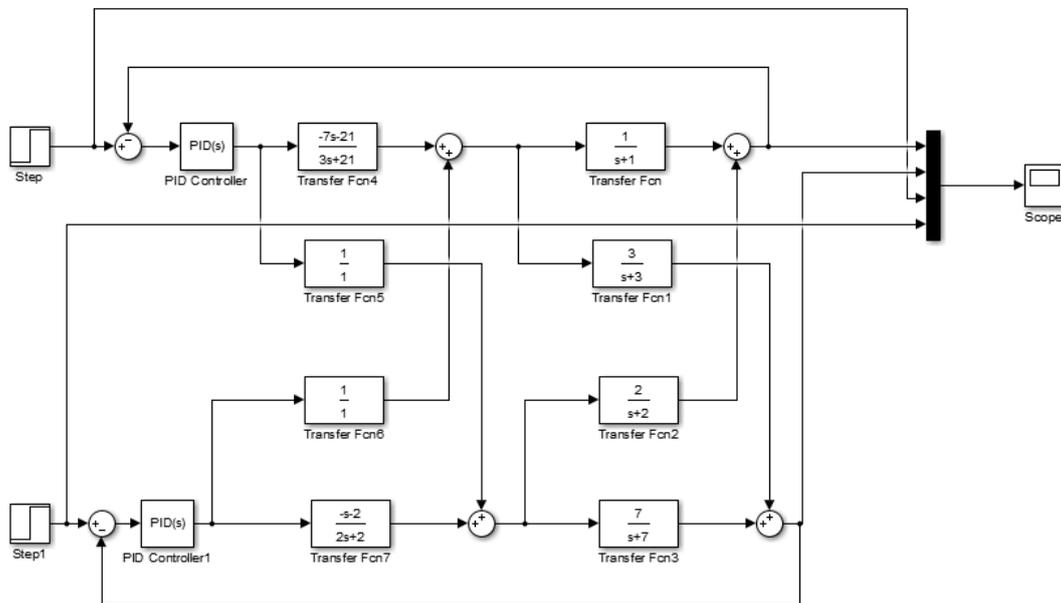
**Figura 53** Implementación de la matriz de desacoplo para el caso 3



En la siguiente figura se muestra la implementación de un controlador PID

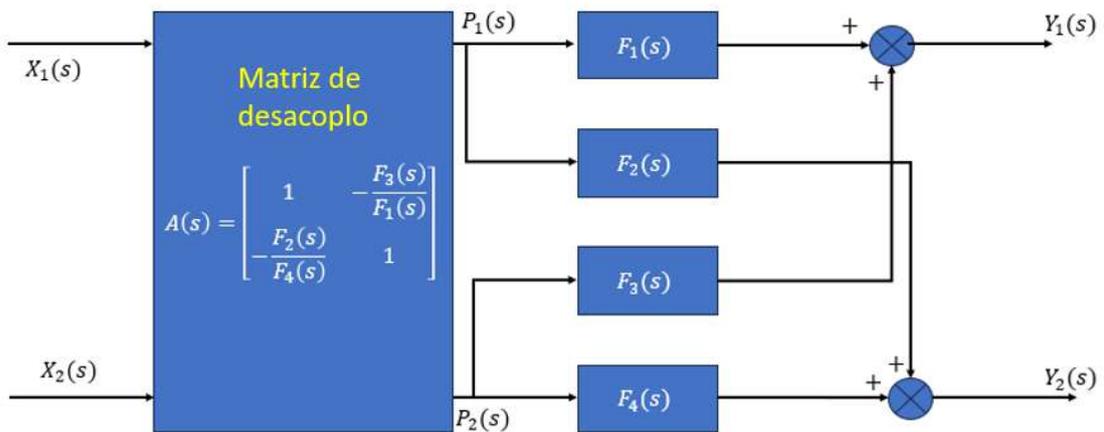
en el lazo de control de la variable  $Y_1 - X_1$  y  $Y_2 - X_2$  para el caso 3

**Figura 54** Implementación con Matriz de desacoplo y lazo de control PID para el caso 3



Para el caso 4, la matriz de desacoplo determinada, en la que la diagonal principal está compuesta por el valor 1. (ver figura 55).

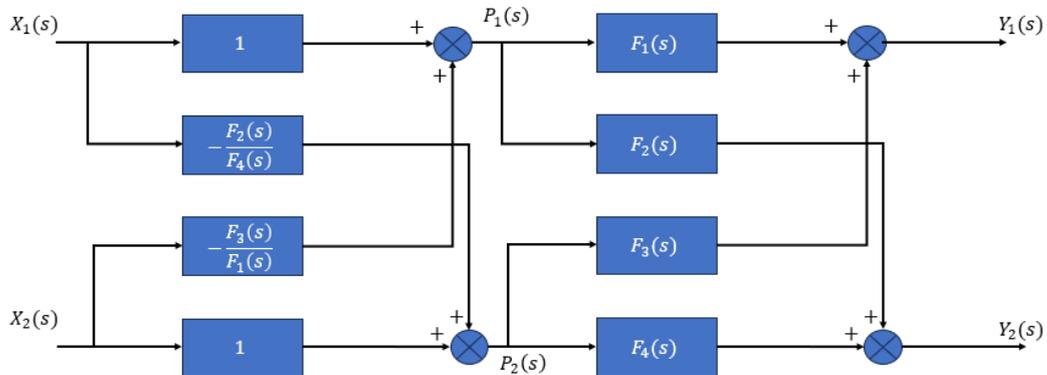
**Figura 55** Bloque de la matriz de desacoplo para el caso 4



$$P_1(s) = X_1(s) - X_2(s) \frac{F_3(s)}{F_1(s)}$$

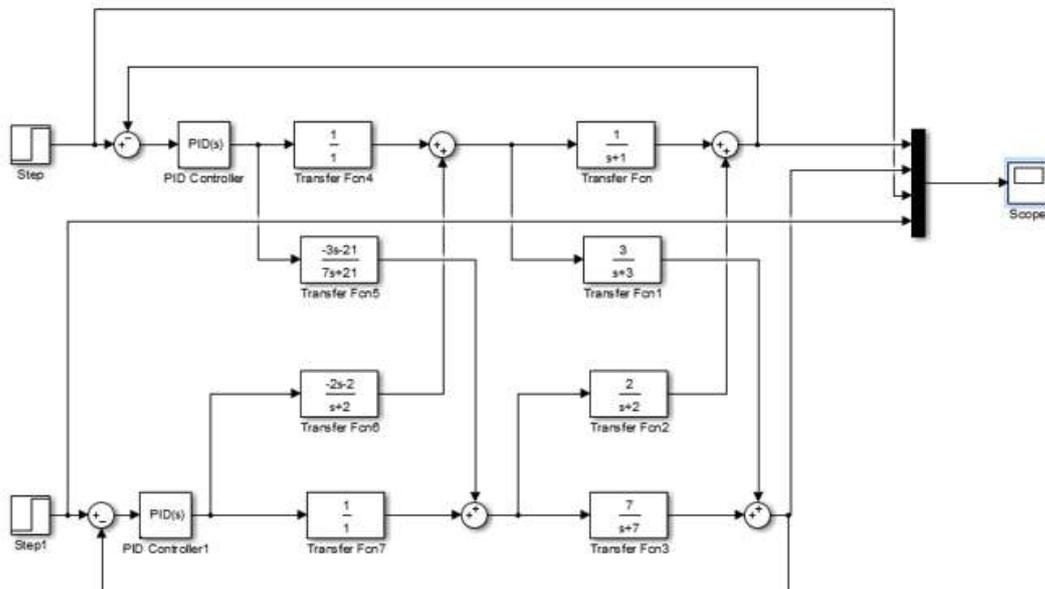
$$P_2(s) = -X_1(s) \frac{F_2(s)}{F_4(s)} + X_2(s)$$

**Figura 56** Implementación de la matriz de desacoplo para el caso 4



En la siguiente figura se muestra la implementación de un controlador PID en el lazo de control de la variable  $Y_1 - X_1$  y  $Y_2 - X_2$  para el caso 4

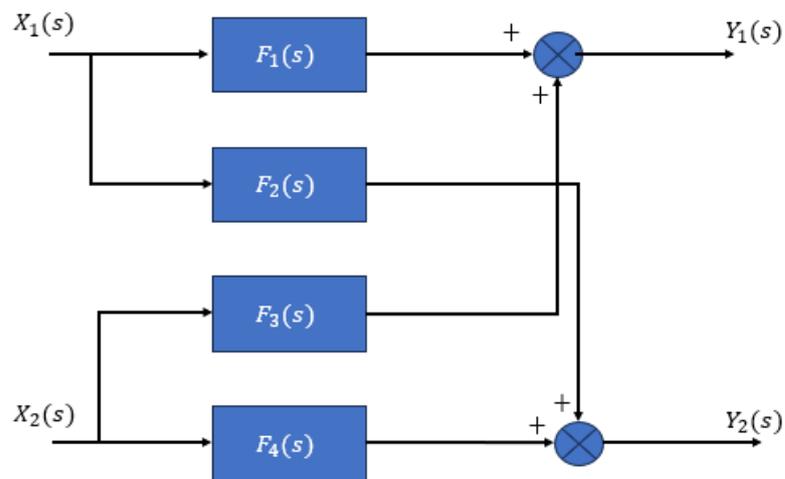
**Figura 57** Implementación con Matriz de desacoplo y lazo de control PID para el caso 4



## V. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

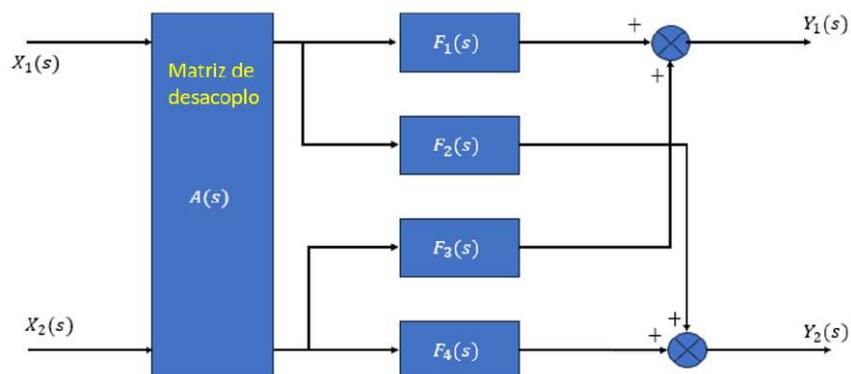
- Para determinar las técnicas para la independización de los sistemas de control multivariable, se utilizó la técnica matricial del sistema de prueba MIMO 2 x 2, como se observa en la figura 58.

**Figura 58** Sistema MIMO de 2 x2



- Para determinar la respuesta del sistema para la independización de la variable, se logró independizar  $Y_1$  de  $X_2$  obteniendo solo  $Y_1$  como función de  $X_1$ , de igual manera para  $Y_2$  como únicamente función de  $X_2$ . como se observa en el capítulo IV.

**Figura 59** Independización de las salidas a través de la matriz de desacoplo



- Para determinar la respuesta del sistema en lazo cerrado para una variable, se realizaron las pruebas del sistema de lazo cerrado con matriz de desacoplo y controlador PID, lográndose determinar la dependencia de cada salida con respecto a una única variable.

## CONCLUSIONES

- Se utilizó la técnica matricial para la independización del sistema de prueba MIMO 2 x 2, donde se muestra la función de transferencia de la matriz de desacoplo para los cuatro casos. Donde la fila uno, dos, diagonal principal y secundaria está compuesto por unos segun sea el caso correspondiente.
- Se logró independizar  $Y_1$  de  $X_2$  obteniendo solo  $Y_1$  como función de  $X_1$ , de igual manera para  $Y_2$  como unicamente función de  $X_2$ .
- Se realizaron las pruebas del sistema de lazo cerrado con matriz de desacoplo y controlador PID, lograndosé determinar la dependencia de cada salida con respecto a una única variable.

## RECOMENDACIONES

Se recomienda hacer el estudio para sistemas MIMO mayores a 2X2

Se recomienda realizar pruebas con plantas físicas para comparar la eficacia de esta técnica.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Åström, K. J., & Murray, R. M. (2008). *Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers*. Princeton University Press.
- Cuevas, A. (2013). *Control Automático: Teoría y Práctica (2a ed.)*. Alfaomega.
- Díaz, E. (2010). *Control Automático de Procesos Industriales (2a ed.)*. Alfaomega.
- Dorf, R. C., & Bishop, R. H. (2008). *Sistemas de Control Moderno (11a ed.)*. Pearson Educación.
- Franklin, G. F., Powell, J. D., & Emami-Naeini, A. (2014). *Feedback Control of Dynamic Systems (7th ed.)*. Pearson.
- García, P., & González, F. (2006). *Sistemas de Control en Tiempo Discreto (2a ed.)*. Alfaomega.
- Green, M., & Limebeer, D. (1995). *Linear Robust Control*. Prentice Hall.
- Goodwin, G. C., Graebe, S. F., & Salgado, M. E. (2001). *Control System Design*. Prentice Hall.
- Kailath, T. (1980). *Linear Systems*. Prentice Hall.
- Ogata, K. (2010). *Ingeniería de Control Moderna (4a ed.)*. Prentice Hall.
- Skogestad, S., & Postlethwaite, I. (2005). *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design (2nd ed.)*. John Wiley & Sons.
- Zhou, K., Doyle, J. C., & Glover, K. (1996). *Robust and Optimal Control*. Prentice Hall.